

04.05.2020г. 103. Успоредник .Упражнение

1.Произволен четириъгълник

Теорема свойства

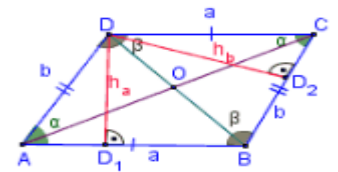
**T<sub>CB</sub>** Сумата от ъглите на четириъгълника е равна на  $360^\circ$ .

2.Успоредник

Определение

**O** Четириъгълник, на които срещуположните страни са успоредни, т.е.

На чертежа, ако  $AB \parallel CD$  и  $AD \parallel BC$   $ABCD$  – успоредник.



3.Теорема свойства , теорема признаци:

<u>Свойства</u>	<u>Признаци за успоредност</u>
<p>→ Ако <math>ABCD</math> е успоредник, то:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1. срещуположните страни са успоредни;</li> <li>2. срещуположните страни са равни;</li> <li>3. срещуположните ъгли са равни;</li> <li>4. сборът на прилежащите ъгли на коя да е страна е <math>180^\circ</math>;</li> <li>5. диагоналите взаимно се разполовяват.</li> </ul>	<p>Ако в четириъгълник <math>ABCD</math>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1. двойките срещуположни страни са успоредни,</li> <li>2. двойките срещуположни страни са равни,</li> <li>3. една двойка срещуположни страни са успоредни и равни,</li> <li>4. срещуположните ъгли са равни,</li> <li>5. диагоналите взаимно се разполовяват,</li> </ul> <p>то четириъгълникът <math>ABCD</math> е успоредник.</p>

5.Периметър и лице

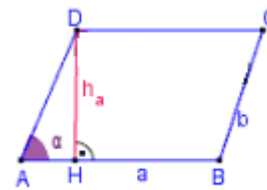
$$P_{ABCD} = 2a + 2b = 2(a + b)$$

$$S_{ABCD} = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

**6. Да се прегледат решенията на следните примери:**

**Зад.1** Даден е успоредник ABCD. Ако  $a = 12 \text{ cm}$ ,  $b = 4 \text{ cm}$ ,  
намерете периметъра P на ABCD в cm .

**Реш.**  $P_{ABCD} = 2 \cdot (a+b) = 2 \cdot (12 + 4) = 2 \cdot 16 = 32 \text{ cm}$



Фиг. 1

**Зад.2** Ако  $b = 12 \text{ cm}$ ,  $a = \frac{3}{4} \cdot b$ , периметъра P на ABCD е:

**Реш.**  $a = \frac{3}{4} \cdot 12 = 9 \text{ cm} \Rightarrow P = 2 \cdot 21 = 42 \text{ cm}$

**Зад.3.** Ъглите, които образуват перпендикулярите, спуснати от върха на острия ъгъл на един успоредник към продължението на страната му, е  $127^\circ$ . Намерете ъглите на успоредника.

**Реш.** Дадено: ABCD- успоредник

$$AN \perp CD ; AM \perp BC ; \sphericalangle MAN = 127^\circ$$

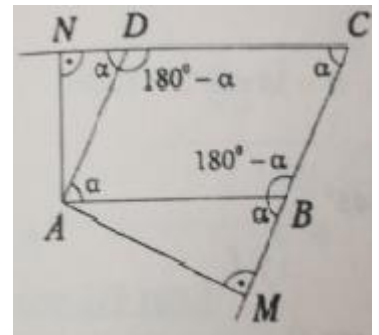
В AMCN сборът от вътрешните ъгли е  $360^\circ$  или:

$$\sphericalangle MAN + 90^\circ + 90^\circ + \alpha = 360^\circ$$

$$307^\circ + \alpha = 360^\circ$$

$$\alpha = 360^\circ - 307^\circ = 53^\circ$$

$$\text{От } ABCD - \text{успоредник} \Rightarrow \sphericalangle B = 180^\circ - \sphericalangle A = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$$



Домашна работа :Учебник , стр. 225 , зад. 1,2,3,4

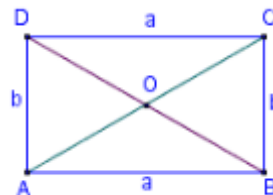
### Определение

□ Успоредник с прав ъгъл.

### Теорема признаци

**Т<sub>п</sub> 1** Успоредник с равни диагонали е правоъгълник, т.е.

На чертежа, ако  $ABCD$  – успоредник и  $AC = BD \Rightarrow ABCD$  – правоъгълник.



**Т<sub>п</sub> 2** Четириъгълник с три прави ъгъла е правоъгълник, т.е.

На чертежа, ако  $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ \Rightarrow ABCD$  – правоъгълник.

### Теорема свойства

**Т<sub>св</sub>** В правоъгълника диагоналите са равни, т.е.

На чертежа, ако  $ABCD$  – правоъгълник  $\Rightarrow AC = BD$ .

### Периметър и лице

$$P_{ABCD} = 2a + 2b.$$

$$S_{ABCD} = a \cdot b.$$

Бележки:

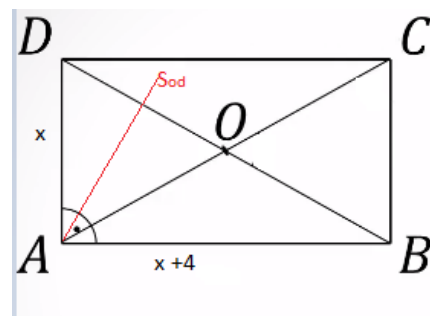
- Правоъгълникът притежава всички свойства на успоредника.
- Начини за доказване, че един четириъгълник е правоъгълник:
  1. Четириъгълник с три прави ъгъла, т.е.  $\angle A = \angle B = \angle C$ .
  2. Успоредник с прав ъгъл, т.е.  $ABCD$  – успоредник и  $\angle A = 90^\circ$ .
  3. Успоредник с равни диагонали, т.е.  $ABCD$  – успоредник и  $AC = BD$ .
- Диагоналите разделят правоъгълника на четири равнобедрени триъгълника, т.е.  $\triangle ABO$ ,  $\triangle BOC$ ,  $\triangle COD$  и  $\triangle AOD$  са равнобедрени.

Да се прегледат решенията на следните примери:

**Задача 1** Правоъгълникът  $ABCD$  има периметър 60 cm, а точка  $O$  е пресечната точка на диагоналите му. Симетралата на  $DO$  минава през върха  $A$ . Едната страна в правоъгълника е с 4 cm по-голяма от другата. Дължините на диагоналите в сантиметри е:

Решение: Дадено:  $ABCD$ - правоъгълник

$$P = 60 \text{ cm}$$



Да се намери:  $AC = ?$

Решение: Нека  $AD = x$  и  $AB = x + 4$

От това, че  $P = 60 \text{ cm} \Rightarrow 60 = 2(x + x + 4)$  ;  $4x = 52$   $x = 13 \text{ cm}$

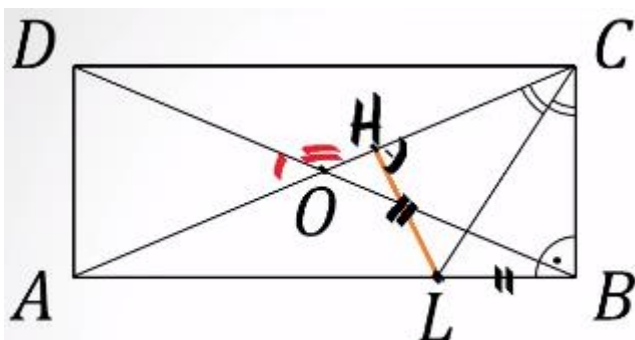
$S_{OD}$  е симетрала от връх  $A$  на  $OD \Rightarrow$

$AD = AO = x = 13 \text{ cm}$

$AC = 2 \cdot 13 = 26 \text{ cm}$

### Задача.2

Диагоналите на правоъгълника  $ABCD$  се пресичат в т.  $O$  и  $CL = l_{\angle ACB}$ ,  $L \in AB$  и  $LA : LB = 2 : 1$ .  
Намерете ъглите между диагоналите.



Дадено:

$ABCD$  - прав.

$AC \cap BD = O$

$L \in AB$  и  $CL = l_{\angle ACB}$

$LA : LB = 2 : 1$

$$LB = LH = x$$

$\triangle AHL$  - правоъг.  $\triangle$

$$LA : LB = 2 : 1$$

$$LA = 2x$$

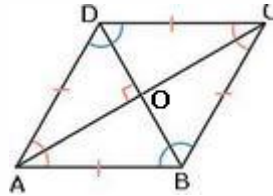
$$\angle LAH = 30^\circ \quad \angle ABO = 30^\circ$$

$$\angle AOB = 120^\circ$$

$$\angle AOD = 60^\circ$$

Домашна работа : Учебник , стр. 227 , зад. 1,2,3

На чертежа четириъгълникът ABCD е ромб



Свойства на ромба :

В ромба диагоналите са **взаимно перпендикулярни**.

В ромба диагоналите са **ъглополовящи на ъглите му**.

Признаци:

Успоредник, на който диагоналите са взаимно перпендикулярни, е ромб.

Четириъгълник, на който всички страни са равни, е ромб.

### Периметър и лице

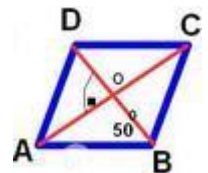
$$P_{ABCD} = 4a.$$

$$S_{ABCD} = a \cdot h_a = \frac{1}{2} AC \cdot BD.$$

Да се прегледат решенията на следните примери:

**Задача** На чертежа четириъгълникът ABCD е ромб .Ако  $\angle ABO = 50^\circ$ , то ъглите на ромба са :

A)  $10^\circ$  и  $170^\circ$  B)  $80^\circ$  и  $100^\circ$  C)  $90^\circ$  и  $90^\circ$  D) друг отговор



### Решение

От това, ABCD е ромб ,то диагоналите са ъглополовящи .Тогава  $\angle ABC = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$   
 . Следователно  $\angle BAD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

**Задача** Диагоналът BD на ромба ABCD е 6 cm .Ако  $\angle ABC= 120^\circ$  периметърът на ромба е:

- A) 12cm                      B) 24cm                      C) 30cm                      D) 48 cm

Отговор B)

**Решение** :      От това,че диагоналите са ъглополовящи,то  $\angle ABD =60^\circ$  . Тогава равнобедреният триъгълник ABD има прилежащи ъгли при основата равни на  $60^\circ$  . Следователно триъгълник ABD е равностранен . Тогава страната на ромба  $AB= 6\text{cm}$  и  $P_{ABCD} = 24\text{cm}$

**Задача** Диагоналите на ромб ABCD се пресичат в точка O. Точка N е среда на AB. Ако  $P_{ABCD} = 36$  cm дължината на ON в сантиметри е:

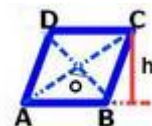
- A)4,5cm                      B)9cm                      C)3,2cm                      D)1,8 cm

Отговор A)

Упътване:Използвайте,че ON е медиана в правоъгълен триъгълник .

**Задача** Диагоналите на ромба ABCD се пресичат в точка O. Ако  $AO =4$  cm , $BO= 3$  cm и  $AB=5$  cm, то височината на ромба е :

- A)4,8cm                      B)8cm                      C)4,2cm                      D)2,8 cm



Отговор A)

**Решение**

От това,че ABCD е ромб , то височините към страните AB и BC са равни ,като съответни елементи в еднакви триъгълници

От това, че търсим височината на ромба , ще търсим неговото лице .

От  $AO =4$  cm , $BO= 3$  cm , то лицето на ромба е :

$$S_{ABCD}= 4 \cdot S_{ABO} , \text{ където } S_{ABO} = (3 \cdot 4) : 2 = 6 \text{ cm}^2$$

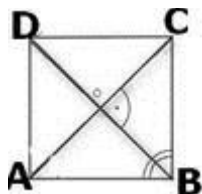
$$\text{Тогава } S_{ABCD} = 24 \text{ cm}^2$$

Ще пресметнем лицето на ромба чрез страната AB и височината към нея h

$$\text{Получаваме,че } 24 = 5 \cdot h \text{ и } h = 24 : 5 = 4,8 \text{ cm}$$

Домашна работа :Учебник , стр. 229 , зад. 1,2,3,4

На чертежа четириъгълникът ABCD е квадрат.



### Теорема свойства

Квадратът притежава всички свойства на успоредника, ромба и правоъгълника, т.е.

1. има равни страни;
2. има равни ъгли (равни на  $90^\circ$ );
3. има равни диагонали, които са перпендикулярни;
4. диагоналите взаимно се разполовяват;
5. диагоналите са ъглополовящи на ъглите на квадрата – образуват със страните ъгли по  $45^\circ$ .

### Периметър и лице

$$P_{ABCD} = 4a.$$

$$S_{ABCD} = a^2 = \frac{1}{2} AC^2.$$

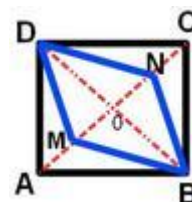
Бележки:

Начини за доказване, че един четириъгълник е квадрат:

1. Правоъгълник с равни съседни страни, т.е. ABCD – правоъгълник и  $AB = AD$ .
2. Ромб с прав ъгъл, т.е. ABCD – ромб и  $A = 90^\circ$ .

**Да се прегледат решенията на следните примери:**

**Задача** На чертежа диагоналите на квадрата ABCD се пресичат в точка O. Точките M ∈ OA и N ∈ OC са такива, че OM = ON. Докажете, че четириъгълникът BMDN е ромб:

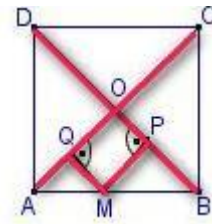


### Доказателство.

- (1) От това, че  $OD = OB$ ,  $OM = ON$  то, четириъгълникът MBND е успоредник
  - (2) От това, че по условие ABCD е квадрат, то  $AC \perp DB$ . Следователно  $DB \perp MN$
- От (1) и (2) следва, че четириъгълникът BMDN е ромб

**Задача** Точка М е от страната АВ на квадрата ABCD. Разстоянията от М до диагоналите АС и ВD са 2 cm и 3 cm. Диагоналът на квадрата е:

- A)10cm      B)4 cm      C)5 cm      D)6 cm



Решение

Четириъгълникът на чертежа MPOQ е правоъгълник ,защото е четириъгълник с три прави ъгъла

.  
От това,че диагоналите са ъглополовящи на прави ъгли , то правоъгълните триъгълници AMQ и BMP са равнобедрени .

От  $QM=AQ=2\text{ cm}$  и  $MP=PB=3\text{ cm}$  , то  $AO =5\text{ cm}$  и  $AC = 10\text{ cm}$ .

Домашна работа :Учебник , стр. 231 , зад. 1,2,3