

Подготовка за НВО

Трета част

7. Линейни уравнения с едно неизвестно $ax + b = 0$ и уравнения, свеждащи се до линейно чрез еквивалентни преобразувания;

8. Модулно линейно уравнение;

Уравнение наричаме равенство, в което има неизвестно число, означено с буква.

Пример: $5 + x = -6$

В това уравнение неизвестното число е означено с буквата x .

Решение (корен) на уравнение наричаме тази стойност на неизвестното, с която като заместим в уравнението, получаваме вярно числово равенство.

Пример: Корен на уравнението $5 + x = -6$ е числото -11 , защото като заместим x с -11 , получаваме $5 - 11 = -6$, което е вярно числово равенство.

$$\underline{ax + b = 0 \ (a \neq 0)}$$

x се нарича, както казахме, **корен**
на уравнението;
 a и b се наричат **коефициенти** на
уравнението

$$\underline{ax + b = 0 \ (a \neq 0)}$$

Забелявахте ли странният надпис
($a \neq 0$)?

Имате ли идея защо го има?

Последователност при решаване на уравнения:

1. Трябва да разкрием скобите, ако има такива.
2. Събираемите, които съдържат неизвестното трябва да бъдат от лявата страна на знака =.
При прехвърлянето задължително сменяме знака пред тях.
3. Събираемите, които не съдържат x (те се наричат свободни членове) трябва да бъдат от дясната страна на знака =.
4. Извършваме изчисленията, така че да получим израз от вида $ax = b$.
5. Разделяме двете страни на израза на числото, което е пред неизвестното.

Сега нека да решим едно
уравнение.

Напомням, че това означава да
намерим стойността на x (или друга
буква, която участва в
уравнението), за която да получим
вярно числово равенство.

Да решим уравнението:

$$2(x + 1) + 5 = 3(x - 1) + 6$$

Трябва да разкрием скобите, ако има такива.

Умножаваме числото пред скобите с всяко от числата вътре в скобите, като внимаваме за знаците пред тях!

$$2x + 2 + 5 = 3x - 3 + 6$$

Събираемите, които съдържат неизвестното трябва да бъдат от лявата страна на знака =.

При прехвърлянето задължително сменяме знака пред тях.

Събираемите, които не съдържат x (те се наричат свободни членове) трябва да бъдат от дясната страна на знака =.

$$2x - 3x = -3 + 6 - 2 - 5$$

$$2x - 3x = -3 + 6 - 2 - 5$$

Извършваме изчисленията, така че да получим израз от вида $ax = b$.

$$-1x = -4$$

Разделяме двете страни на израза на числото, което пред неизвестното.

$$x = -4 : (-1)$$

$$x = 4$$

И наистина - ако заместим x с
получената стойност 4 в уравнението

$$2(x + 1) + 5 = 3(x - 1) + 6$$

ще получим:

$$2(4 + 1) + 5 = 3(4 - 1) + 6$$

$$2 \cdot 5 + 5 = 3 \cdot 3 + 6$$

$$15 = 15$$

Сега се опитайте да решите уравнението:

$$3(x - 1) + 4 = 2(x + 2) - 1$$

1. Трябва да разкрием скобите, ако има такива.
2. Събираемите, които съдържат неизвестното трябва да бъдат от лявата страна на знака =. При прехвърлянето задължително сменяме знака пред тях.
3. Събираемите, които не съдържат x (те се наричат свободни членове) трябва да бъдат от дясната страна на знака =.
4. Извършваме изчисленията. Така, че да получим израз от вида $ax = b$.
5. Разделяме двете страни на израза на числото, което е пред неизвестното.

$$3(x - 1) + 4 = 2(x + 2) - 1$$

$$3x - 3 + 4 = 2x + 4 - 1$$

$$3x - 2x = \cancel{4} - 1 + 3 - \cancel{4}$$

$$1x = 2$$

$$x = 2$$

Две уравнения се наричат еквивалентни (равносилни), ако имат едни и същи корени или нямат решение. Еквивалентността се означава със знака \Leftrightarrow .

Например: $2x + 5 = 7 \Leftrightarrow x - 1 = 2$

Уравнения от вида $(ax + b)(cx + d) = 0$

Лявата страна е произведение от два множители, а дясната е 0. За да бъде едно произведение 0 е достатъчно поне един от множителите да е 0.

Затова уравнението е равносилно на две уравнения $ax + b = 0$ и $cx + d = 0$

$$(2x + 9)(x - 0,8) = 0$$

Лявата страна на уравнението е произведение от множители, а дясната е 0. За да бъде едно произведение 0, достатъчно е поне един от множителите да е 0. Затова уравнението е еквивалентно на две уравнения: $2x + 9 = 0$ или $x - 0,8 = 0$. Решават се поотделно:

$$2x = -9$$

$$x = -4,5$$

$$x = 0,8$$

Отговор: $x_1 = -4,5$ и $x_2 = 0,8$

Важно!



Правила за решаване на уравнения от втора или по-висока степен

- 1 Прехвърляте всички събираеми вляво на знака $=$, а отдясно записвате 0.
- 2 Разлагате лявата страна на множители.
- 3 Приравнявате всеки множител на 0 и решавате поотделно новите еквивалентни уравнения.

Решете уравненията.

а) $4x + x^2 = 0$

б) $9x^2 - 2x = 0$

в) $2x^2 + 5x = 0$

г) $x^2 - 4x + 4 = 0$

д) $9x^2 + 12x + 4 = 0$

е) $0,09 + 0,6x + x^2 = 0$

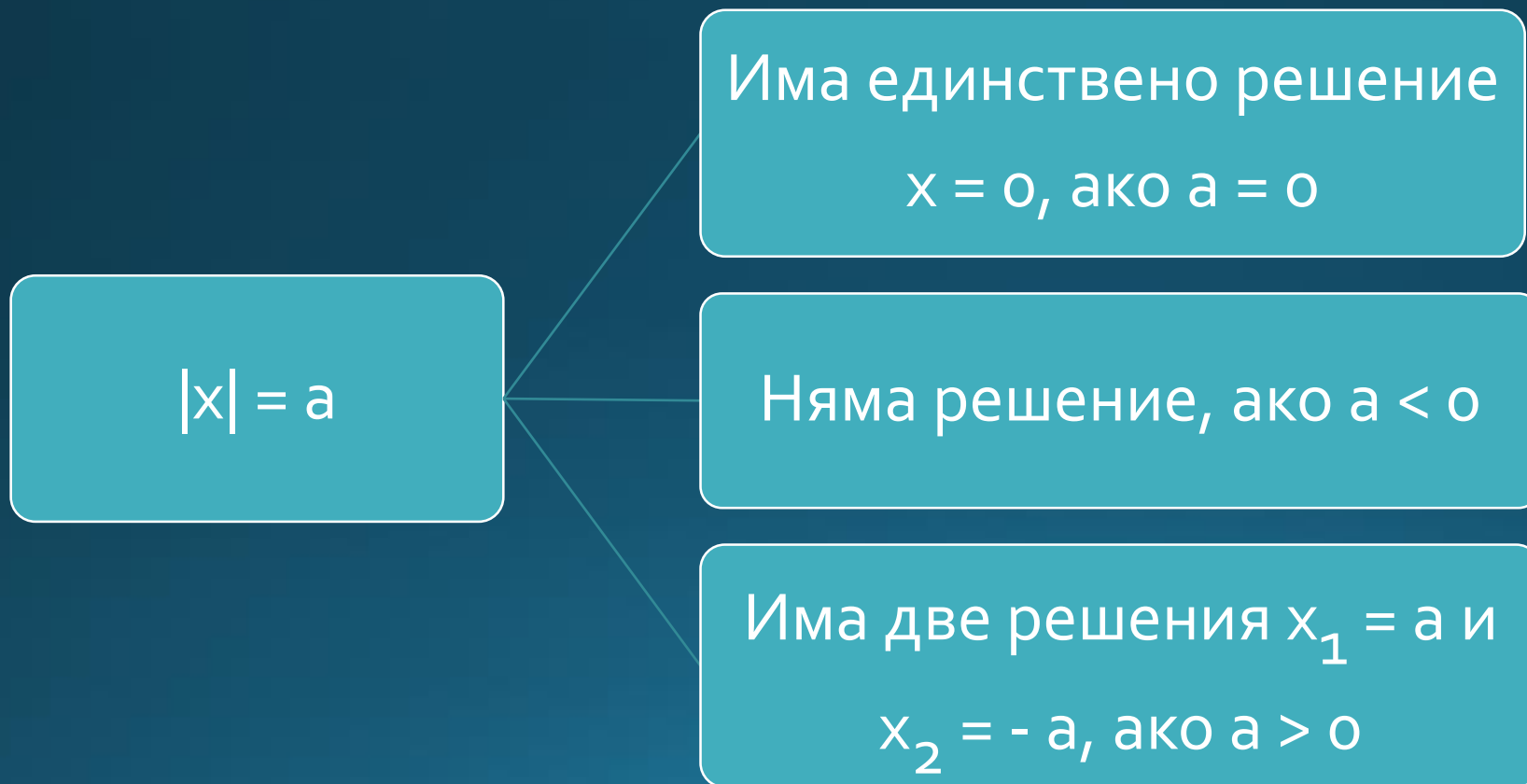
ж) $x^2 = 25$

з) $16x^2 = \frac{1}{9}$

и) $81x^2 = 0,01$

Модулни уравнения

Уравнение от вида $|x| = a$ е модулно уравнение.



Модулни уравнения

$$|ax + b| = c$$

Има единствено решение

$$x = \frac{-b}{a}, \text{ ако } c = 0$$

Няма решение, ако $c < 0$

Има две решения, които се получават след решаване на уравненията $ax + b = c$ и $ax + b = -c$, ако $c > 0$

Решете уравненията.

а) $\left| \frac{x}{2} - 3 \right| = 1$

б) $\left| \frac{n}{3} + 2 \right| = 4$

в) $|z| + 4 = 9$

г) $|x| + 1 = 3$

д) $|3x| + 5 = 14$

е) $|z| = -2$

ж) $|5m| = -10$

з) $|x - 3| + 3 = 7$

и) $|x + 4| - 4 = 1$

й) $\left| \frac{c}{5} - 1 \right| = -2$

к) $|2 + 3m| - 9 = -7$

л) $8 + |4m| = 24$