

## ЗАДАЧИ

### за пресмятане на стойности на изрази

#### ОТ ИЗПИТИТЕ ЗА УЧЕНИЦИ ОТ СЕДМИ КЛАС 2010 – 2019

По-долу са посочени всички задачи от изпитите през периода 2010 – 2019 г., които са свързани с пресмятане.

В един и същ цвят са означени еднотипните задачи.

Решенията са вдясно от условието на задачата. За повечето задачи са предложени варианти за решаване, а към някои от тях има коментари.

Основните моменти:

- Пресмятане на изрази почти винаги за отрицателни стойности на променливата (12);
- Пресмятане на числови изрази с помощта на формулите за съкратено умножение (6);
- Във фрагменти от задачите са и изрази с прилагане на свойствата за степенуване (4);
- Не са малко задачите, при които резултата може да се получи с непосредствено пресмятане на изразите (5).

Приятно решаване!

| Година 2010 / условие на задачата  | Решение   |
|--|---|
| <p>Ако <math>a = -3</math>, то стойността на израза <math>a(a - 1) - (a + 2)</math> е равна на:</p>        | <p>Внимание!!!<br/>Стойността, с която заместваем, е отрицателно число.<br/><b>ВЪВ ВСИЧКИ ПОДОБНИ ЗАДАЧИ СЕ ПРЕСМЯТА ЗА СТОЙНОСТ ОТРИЦАТЕЛНО ЧИСЛО</b><br/>Задачата може да се реши с директно заместване:<br/> <math display="block">a(a - 1) - (a + 2) \Rightarrow</math> <math display="block">(-3) \cdot (-3 - 1) - 3 + 2 = (-3) \cdot (-4) - 1 = 12 + 1 = 13.</math>                     Обикновено съветваме учениците първо <b>да опростят израза</b> и след това да заместят. Това не винаги е добре, затова е хубаво да се знаят и двата начина:<br/> <math display="block">a(a - 1) - (a + 2) = a^2 - a - a - 2 = a^2 - 2a - 2</math> <math display="block">\Rightarrow (-3)^2 - 2 \cdot (-3) - 2 = 9 + 6 - 3 = 13.</math> </p> |
| <p>Стойността на израза <math>(3a - 1)^2 + (1 - 3a)(3a + 1)</math> при <math>a = \frac{1}{2}</math> е:</p> | <p><b>Първи начин</b> (с директно заместване)<br/> <math display="block">\left(3 \cdot \frac{1}{2} - 1\right)^2 + \left(1 - 3 \cdot \frac{1}{2}\right) \left(3 \cdot \frac{1}{2} + 1\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{2}</math> <math display="block">= \frac{1}{4} - \frac{5}{4} = -1.</math> <b>Втори начин</b> (заместване след опростяване)<br/> <math display="block">(3a - 1)^2 + (1 - 3a)(3a + 1)</math> <math display="block">= 9a^2 - 6a + 1 + (1 - 9a^2) = 2 - 6a</math> <math display="block">\Rightarrow 2 - 6 \cdot \frac{1}{2} = 2 - 3 = -1.</math> </p>  |

|  |   |
|--|---|
|  |   |
| <b>Година 2011</b>   |   |
| Стойността на израза $25 - 95^2$ е:  | <p><b>Първи начин:</b><br/> <math>25 - 95^2 = 25 - 9025 = -9000.</math></p> <p><b>Втори начин:</b><br/> <math>25 - 95^2 = 5^2 - 95^2 = (5 - 95) \cdot (5 + 95) = -9000</math></p>   |
| Стойността на израза $2011^3 - 3 \cdot 2011^2 \cdot 2010 + 3 \cdot 2011 \cdot 2010^2 - 2010^3 + 10$ е: | <p>Тази задача може да се реши с директно пресмятане, но това е много трудоемко.<br/> В действителност пресмятаме <math>x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot x \cdot y^2 - y^3 + 10</math>, за <math>x = 2011</math> и <math>y = 2010</math>.</p> $x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot y + 3 \cdot x \cdot y^2 - y^3 + 10 = (x - y)^3 + 10$ $\Rightarrow \text{търсената стойност е}$ $(x - y)^3 + 10 = (2011 - 2010)^3 + 10 = 1^3 + 10 = 11.$ |
| <b>Година 2012</b>   |   |
| Стойността на израза $15 - (8 + b)$ при $b = -9$ е:  | <p><b>Първи начин</b> (с директно заместване)<br/> <math>15 - (8 + b) \Rightarrow 15 - (8 - 9) = 15 - (-1) = 16.</math></p> <p><b>Втори начин</b> (заместване след опростяване)<br/> <math>15 - (8 + b) = 15 - 8 - b = 7 - b \Rightarrow 7 - (-9) = 16.</math></p>  |
| Стойността на израза $47^2 - 2 \cdot 47 \cdot 53 + 53^2$ е равна на:                                   | <p><b>Първи начин</b> (не го препоръчваме):<br/> <math>47^2 - 2 \cdot 47 \cdot 53 + 53^2 = 2209 - 4982 + 2809 = 36;</math></p> <p><b>Втори начин</b><br/> (с формула <math>a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a - b)^2</math>):<br/> <math>47^2 - 2 \cdot 47 \cdot 53 + 53^2 = (47 - 53)^2 = (-6)^2 = 36.</math></p>  |
| Ако $x + y = 5$ , колко е стойността на израза $x^2 + 2xy + y^2 - 9$ ?                                 | <p><b>Първи начин:</b><br/> Изразът, който пресмятаме е<br/> <math>x^2 + 2xy + y^2 - 9 = (x + y)^2 - 9 \Rightarrow 5^2 - 9 = 16.</math></p>   |
| Да се пресметне $b =  -6,5  - 2^3$ .   | $ -6,5  - 2^3 = -(-6,5) - 8 = 6,5 - 8 = -1,5.$  |
| Да се пресметне $a = \frac{6^4 \cdot 36}{3^5 \cdot 2^4 \cdot 2}$ .                                     | $a = \frac{6^4 \cdot 36}{3^5 \cdot 2^4 \cdot 2} = \frac{6^4 \cdot 6^2}{6^5} = \frac{6^6}{6^5} = 6.$   |

|   |   |
|---|---|
| <b>Година 2013</b>  |   |
| Стойността на израза $15^2 - 5^2$ е равна на:   | <p><b>Първи начин</b> (пресмятане без формули):<br/> <math>15^2 - 5^2 = 225 - 25 = 200.</math></p> <p><b>Втори начин</b><br/> (с формулата <math>a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)</math>):<br/> <math>15^2 - 5^2 = (15 - 5) \cdot (15 + 5) = 10 \cdot 20 = 200.</math></p>  |
| Стойността на израза $12 - (2,5 - b)$ при $b = -2,5$ е:                                     | <p><b>Първи начин</b> (с директно заместване)<br/> <math>12 - (2,5 - b) \Rightarrow 12 - (2,5 - (-2,5)) = 12 - (2,5 + 2,5) = 12 - 5 = 7.</math></p> <p><b>Втори начин</b> (заместване след опростяване)<br/> <math>12 - (2,5 - b) = 12 - 2,5 + b = 9,5 + b</math><br/> <math>\Rightarrow 9,5 + (-2,5) = 7.</math></p> |
| Ако $3 + k = 4$ , то стойността на $k^2 + 6k + 9$ е:  | <p><b>Първи начин</b> (с директно заместване)<br/> <math>3 + k = 4 \Rightarrow k = 1</math><br/> <math>\Rightarrow k^2 + 6k + 9 = 1^2 + 6 \cdot 1 + 9 = 16.</math></p> <p><b>Втори начин</b> (заместване след опростяване)<br/> <math>k^2 + 6k + 9 = (k + 3)^2 \Rightarrow 4^2 = 16.</math></p>                       |
| <b>Година 2014</b>  |   |
| Стойността на израза $12 - (6 + m)$ при $m = -12$ е:  | <p><b>Първи начин</b> (с директно заместване)<br/> <math>12 - (6 + m) \Rightarrow 12 - (6 - 12) = 12 - (-6) = 12 + 6 = 18.</math></p> <p><b>Втори начин</b> (заместване след опростяване)<br/> <math>12 - (6 + m) = 12 - 6 - m = 6 - m</math><br/> <math>\Rightarrow 6 - (-12) = 6 + 12 = 18.</math></p>              |
| При $a = -1$ най-малка стойност има изразът:<br>А) $a^3 - 1$ Б) $a^3$ В) $a^2$ Г) $a^2 - 1$ | <p>Тук нямаме избор<br/> Трябва да пресметнем всички изрази за <math>a = -1</math> и да направим извод<br/> А) <math>(-1)^3 - 1 = -2</math>; Б) <math>(-1)^3 = -1</math><br/> В) <math>(-1)^2 = 1</math>; Г) <math>(-1)^2 - 1 = 0</math><br/> Отговорът е А).</p>   |
| <b>Година 2015</b>  |   |
| Частното $50,05 : 10$ е равно на:<br>А) 50,5 Б) 5, 05 В) 500,5 Г) 5,005                     | <p>Тук ще трябва да си припомним, че<br/> <b>50,05</b> : 10 = 5005 : 1000 = 5,005.<br/> Задачата може да се реши като се започне от отговорите, т.е. като се провери кое от произведенията 50,05.10; 5,05.10; 500,5.10 и 5,005.10 е равно на 50, 05.</p>  |
| Стойността на израза $530. 5 - 5.30$ е:   | <p>Задачата отново предполага два начина.<br/> <b>Първи начин</b> – с директно пресмятане: 2650 - 150 = 2500.<br/> <b>Втори начин</b> - с представянето на израза като 5.(530 - 5) = 5.500 = 2500.</p>  |

|   |   |
|---|---|
| <p style="text-align: center;"><b>Година 2016</b></p>   |   |
| <p>Разликата <math>25 \cdot 25 - 5 \cdot 5</math> е равна на произведението:<br/> <b>А) 25.20.5 Б) 25.25.25 В) 20.20 Г) 20.30</b></p>   | <p>Задачата отново предполага два начина<br/> <b>Първи начин</b> – с директно пресмятане:<br/> <math>625 - 25 = 600</math>.<br/> Остава да съобразим кое от посочените произведения е 600.<br/> <b>Втори начин</b>- с представянето на израза като<br/> <math>25^2 - 5^2 = (25 - 5) \cdot (25 + 5) = 20 \cdot 30</math>.<br/> Така директно получихме отговора Г).</p>  |
| <p>При <math>a = -2</math> изразът <math>5 - 3(a-b)</math> е гъждествено равен на:<br/> <b>А) <math>3b + 11</math> Б) <math>b + 11</math><br/> В) <math>11 - 3b</math> Г) <math>2 + 3b</math></b></p>               | <p>Тук е добре първо да се разкрият скобите и едва тогава да се замести <math>a</math> с <math>(-2)</math>:<br/> <math>5 - 3(a - b) = 5 - 3a + 3b \Rightarrow 5 - 3 \cdot (-2) + 3b = 11 + 3b = 3b + 11</math>.</p>   |
| <p>Пресметнете стойността на всеки от изразите<br/> <math display="block">A = \frac{4^3 - 7^3}{49 + 7 \cdot 4 + 16}</math> и <math>B = 2 \cdot 1,5 - 1,5 \cdot 5</math> и сравнете получените числа.</p>            | <p><b>Първи начин</b> (пресмятане без формули):<br/> <math display="block">A = \frac{4^3 - 7^3}{49 + 7 \cdot 4 + 16} = \frac{64 - 343}{49 + 28 + 16} = \frac{-279}{93} = -3</math>;<br/> <math display="block">B = 2 \cdot 1,5 - 1,5 \cdot 5 = 3 - 7,5 = -4,5</math><br/> <b>Втори начин</b><br/> (с формулата <math>a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + a \cdot b + b^2)</math>):<br/> <math display="block">A = \frac{4^3 - 7^3}{49 + 7 \cdot 4 + 16} = \frac{(4 - 7)(4^2 + 4 \cdot 7 + 7^2)}{49 + 7 \cdot 4 + 16} = -3</math>.</p> |
| <p style="text-align: center;"><b>Година 2017</b></p>   |   |
| <p>Коя е стойността на израза <math>2(3 - c) - c(c - 2)</math> при <math>c = -3</math> ?</p>  | <p><b>Първи начин</b> (с директно заместване)<br/> <math>2(3 - c) - c(c - 2) = 2 \cdot (3 + 3) + 3 \cdot (-3 - 2) = 2 \cdot 6 - 15 = -3</math>.<br/> <b>Втори начин</b> (заместване след опростяване)<br/> <math>2(3 - c) - c(c - 2) = 6 - 2c - c^2 + 2c = 6 - c^2 \Rightarrow 6 - 3^2 = -3</math>.</p>   |
| <p>...стойността на израза<br/> <math display="block">A = \frac{111^2 - 90^2}{7 \cdot 30^2}</math></p>  | <p><b>Първи начин</b> (не го препоръчваме):<br/> <math display="block">A = \frac{111^2 - 90^2}{7 \cdot 30^2} = \frac{4221}{7 \cdot 30^2} = \frac{603}{30^2} = \frac{67}{10^2} = 0,67</math>;<br/> <b>Втори начин</b><br/> (с формулата <math>a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)</math>):<br/> <math display="block">A = \frac{111^2 - 90^2}{7 \cdot 30^2} = \frac{(111 - 90)(111 + 90)}{7 \cdot 30^2} = \frac{21 \cdot 201}{7 \cdot 30^2} = 0,67</math>.</p>  |
| <p>Изразете <math>a^2 + b^2</math> чрез <math>a - b</math> и <math>a \cdot b</math>.<br/> Намерете стойността на израза <math>a^2 + b^2</math>,<br/> Ако <math>a - b = -3</math> и <math>a \cdot b = 10</math>.</p> | <p>От <math>(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \Rightarrow a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab</math><br/> Сега остава да заместим в полученото<br/> <math display="block">a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab</math><br/> <math>a - b</math> и <math>ab</math><br/> <math>\Rightarrow a^2 + b^2 = (-3)^2 + 2 \cdot 10 = 9 + 20 = 29</math>.</p>   |

|   |   |
|---|---|
|   | <p><b>Коментар:</b> През 2012 г. имаше отделен изпит за учениците от област Перник. В темата бе включена задачата:<br/>Ако <math>a - b = 3</math> и <math>ab = 10</math>, колко е стойността на израза <math>a^2 + b^2</math> ?</p>   |
| $y = \frac{121 \cdot 3^3}{33^2}$  | $y = \frac{11^2 \cdot 3^3}{3^2 \cdot 11^2} = 3.$  |
| <p style="text-align: center;"><b>Година 2018</b></p>   |   |
| <p>Коя е стойността на израза <math>(-0,5 - x)^2</math> при <math>x = -\frac{1}{2}</math> ?</p>   | <p>Тук се оказва, че по-лесно е да заместим , без да опростяваме израза:<br/> <math>(-0,5 - x)^2 = (-0,5 - (-\frac{1}{2}))^2 = (-0,5 + \frac{1}{2})^2 = 0.</math><br/> Много по-трудно ще е ако опростим и тогава заместим:</p> $\begin{aligned} (-0,5 - x)^2 &= (0,5 + x)^2 = 0,5^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot x + x^2 = \\ &= 0,25 + x + x^2 \Rightarrow 0,25 + \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= 0,25 - 0,5 + 0,25 = 0. \end{aligned}$                                |
| <p>Разложете на множители израза <math>A = x^2y - 16y</math><br/>Пресметнете стойността на израза А, ако <math>x = 8</math> и <math>y = 2,5</math>.</p> | <p>В тази задача ни насочват, че след като разложим на множители ще е по-лесно пресмятането на стойността на израза<br/> <math>A = x^2y - 16y = y(x^2 - 16) = y(x - 4)(x + 4)</math><br/> <math>\Rightarrow A = 2,5 \cdot 4 \cdot 12 = 120.</math></p>  |
| <p style="text-align: center;"><b>Година 2019</b></p>   |   |
| <p>Стойността на израза <math>2y - 4y^2</math> за <math>y = -0,5</math> е:</p>  | <p><b>Първи начин</b> (с директно заместване)<br/> <math>2y - 4y^2 \Rightarrow 2 \cdot (-0,5) - 4 \cdot (-0,5)^2 = -1 - 4 \cdot 0,25 = -2.</math></p> <p><b>Втори начин</b> (заместване след разлагане)</p> $2y - 4y^2 = 2y(1 - 2y)$ <p>и <math>2y = -1 \Rightarrow (-1) \cdot 2 = -2.</math></p> <p><b>Коментар:</b> Подобна идея с разлагане може да се приложи в задача от изпита през 2008 г.<br/>Стойността на израза <math>5x^2 - x</math> при <math>x = -0,2</math> е равна на:...</p> |
| <p>Пресметнете числото <math>m = \frac{9^2 \cdot 8^{10} \cdot (-6)}{27 \cdot (-2)^{31}}</math>.</p>   | $m = \frac{9^2 \cdot 8^{10} \cdot (-6)}{27 \cdot (-2)^{31}} = \frac{(3^2)^2 \cdot (2^3)^{10} \cdot 6}{3^3 \cdot 2^{31}} = \frac{3^4 \cdot 2^{30} \cdot 6}{3^3 \cdot 2^{31}} = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9.$   |