Учебно съдържание за периода от 21.04.20 г. до 01.05.20 г.

7 клас

На 21.04.20 г. ,урок №95 , стр.206 от учебника .

НЕРАВЕНСТВА МЕЖДУ СТРАНИ И ЪГЛИ В ТРИЪГЪЛНИКА. УПРАЖНЕНИЕ

Теорема 1.В триъгълник срещу по-голяма страна лежи по-голям ъгъл.

Теорема 2. В триъгълник срещу по-голям ъгъл лежи по-голяма страна

Зад . 1 Даден е равнобедреният $\triangle ABC$ с основа AB.Един от ъглите му е равен на 70°. Да се сравнят основата и бедрото на триъгълника.

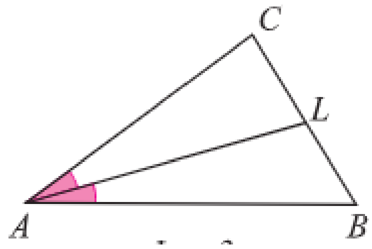
Решение. Има две възможности за ъгъла с големина 70°:

I случай. Ако $\angle BAC = \angle ABC = 70°$,то$\angle ACB = 180 - 2.70 = 40°$.

Така получаваме $\angle ABC > \angle ACB$,откъдето$AC > AB$;

II случай. Ако $\angle ACB = 70°$, то $\angle BAC = \angle ABC = \frac{180-70}{2} = 55°$.Следо-вателно $\angle ABC < \angle ACB$,откъдето $AC < AB$.

Задача 4.В $\triangle ABC$ AL е ъглополовяща на$\angle A$($L \in BC$). Да се докаже, че $AB > BL$и $AC > CL$ (фиг. 1).



Решение.В $\triangle ABL$ще сравняваме $\angle ALB$ и $\angle BAL$. Но $\angle ALB$ е външен за $\triangle ACL \Rightarrow \angle ALB > \angle CAL$, но $\angle CAL = \angle BAL$(AL е ъглополовяща) $\Longrightarrow \angle ALB > \angle BAL \Rightarrow AB > BL$. Аналогично се доказва, че$AC > CL$

Домашна работа:

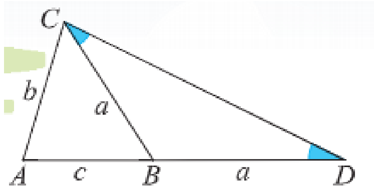
Учебник стр.207 , зад. 1-а,б ; 2-а,б ; зад.-5,7

На 22/23.04.20 г. ,урок №95/96 , стр.208/2010 от учебника

НЕРАВЕНСТВО НА ТРИЪГЪЛНИКА

Доказахме, че срещу по-голям ъгъл в един триъгълник лежи по-голяма страна, и обратно, че срещу по-голяма страна лежи по-голям ъгъл. Ще докажем две теореми за страните на триъгълника.

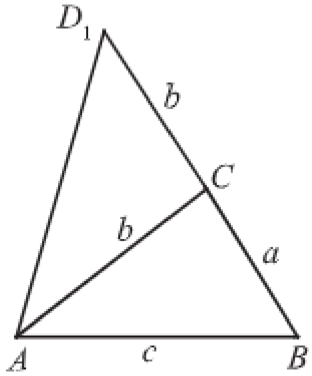
Теорема.Всяка страна в триъгълник е по-малка от сбора на другите две страни.



Доказателство.Да означим страните AB = c, AC = b и BC = a (фиг. 1). Ще докажем, че b < a + c , c < a + b и a < b + c. Да по-строим върху правата AB точка D така, че B да е между A и D и BC = BD = a. Тогава ⊿BDC е равнобедрен и ∠BDC = ∠BCD. В ⊿ADC ∠ACD = ∠ACB + ∠BCD. В последното равенство заменяме∠ BCD с ∠BDC. Следователно

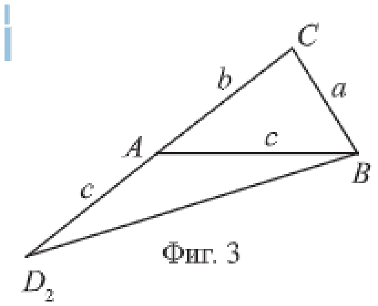
∠ ACD = ∠ACB + ∠BDC, следователно ∠ACD >∠ BDC и от Т2 от предния урок следва, че AD > AC.Но AD = c + a, а AC= b и получаваме

c + a > b, т.е. b < a + c.Аналогично чрез нанасяне на страните b и c се доказват и неравенствата c < a + bи a < b + c (фиг. 2 и фиг. 3). Като използваме теоремата и свойствата на числовите неравенства, достигаме до



Фиг. 2

Следствие.Всяка страна в триъгълника е по-голяма от разликата на другите две страни. Ако триъгълник има страни a, b и c, всяко от неравенствата b < a + c, c < a + b и a < b + c се нарича неравенство на триъгълника. За да бъдат три положителни числа дължини на страни на триъгълник, те трябва да удовлетворяват трите неравенства. Лесно се съобразява, че не е необходимо да се проверяват и трите неравенства. Достатъчно е да проверим дали най-голямата страна в триъгълника е по-малка от сбора на другите две страни. Например



Фиг. 3

3 cm, 5 cm и 6 cm могат да бъдат страни на триъгълник, защото

6 < 3 + 5, а 2 cm, 3 cm и 7 cm не могат да са страни на триъгълник, защото 7 > 2 + 3.

Задача 1.Бедрото на равнобедрен триъгълник е с 3 cm по-малко от основата. Да се намерят страните на триъгълника, ако периметърът му е:

а) 18 cm; б) 12 cm.

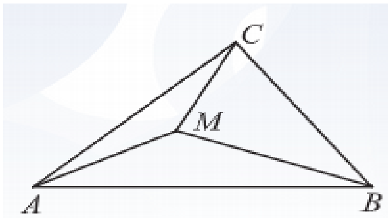
Решение.

а) Нека означим основата с x cm(x> 0). Тогава бедрото е (x – 3) cm, x> 3. Съставяме уравнението x + x – 3 + x – 3 = 18. Имаме x + x – 3 + x – 3 = 18 3x= 24 x = 8. За страните на триъгълника получаваме 8 cm, 5 cm и 5 cm.

б) Уравнението е x + x – 3 + x – 3 = 12. Решението е x + x – 3 + x – 3 = 12 3x= 18 x = 6. За страните на триъгълника получаваме 6 cm, 3 cm и 3 cm. Намерените отсечки обаче не могат да са страни на триъгълник, защото не удовлетворяват неравенството на триъгълника.

Задача 2.Даден е ⊿ABC със страни a,b,c и точка M от вътрешността на триъгълника (фиг. 4).

Да се докаже, че AM + BM + CM > $\frac{a+b+c}{2}$.



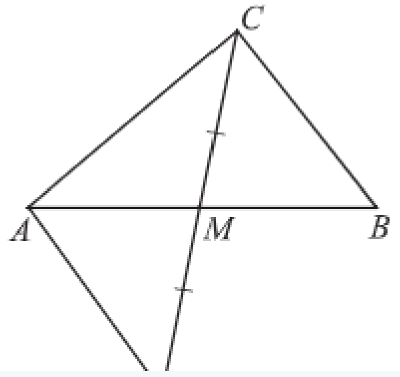
Фиг. 4

Решение.За ⊿ABM от неравенството на триъгълника получаваме AM + BM > c. Аналогично от ⊿ACM получаваме AM + CM > b и за ⊿BMC,BM + CM > a ⇒ 2AM + 2BM + 2CM > a + b + c ⇒

$2(AM + BM + CM) > a + b + c \Rightarrow AM + BM + CM > \frac{a+b+c}{2}$.

Задача 3.Да се докаже, че за всеки триъгълник със страни a, b, c и медиани ma, mb, mc към тях са изпълнени неравенствата:

$m_a < \frac{b+c}{2}$, $m_b < \frac{a+c}{2}$, $m_c < \frac{b+a}{2}$.



Решение. Нека CM е медиана в триъгълник ABC ⇒ AM = BM. Върху правата CM построяваме точка D така, че M да е среда на отсечката CD ⇒ CM =DM (фиг. 5). Но ∠AMD = ∠BMC (противоположни) ⇒ ⊿ADM ≅ ⊿BCM ⇒ AD = BC. За ⊿ADCе вярно неравенството CD < AD + AC ⇒ 2mc< a + b ⇒ $m_c < \frac{a+b}{2}$.По същия начин се доказват и останалите две неравенства.

Домашна работа: за 22.04.20г.

Учебник стр.209 , зад. 1-а,б ; 3-а,б ; зад.-4

Домашна работа: за23.04.20г.

Учебник стр.211 , зад. 2 ; зад.5 и 6

На 27/28.04.20 г. ,урок №98 , стр.212 от учебника .

Дотук знаем

$$ax + b > 0,\ a \neq 0$$
$$a > 0 \qquad a < 0$$
$$x > -\frac{b}{a} \qquad x < -\frac{b}{a}$$
$$0.x + b > 0$$
$$b > 0 \qquad b < 0 \qquad b = 0$$
$$x \in \mathbb{Q} \qquad x \in \varnothing \qquad x \in \varnothing$$
вс. x н.р.   н.р.

Задача 1.Да се реши неравенството:

$$\text{а) } 4\frac{1}{7} - \frac{1}{7}(x+8) > 0\,; \qquad \text{б) } \frac{(x-3)^2}{3} - \left(\frac{x+2}{2}\right)^2 \le \frac{(6+x)(x-6)}{12}\,.$$

Решение. а) След разкриване на скобите получаваме

$$4\frac{1}{7} - \frac{1}{7}x - \frac{8}{7} > 0 \Leftrightarrow \frac{29}{7} - \frac{1}{7}x - \frac{8}{7} > 0 \Leftrightarrow \frac{21}{7} - \frac{1}{7}x > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{7}x > -3 \Leftrightarrow x < 21\,.$$

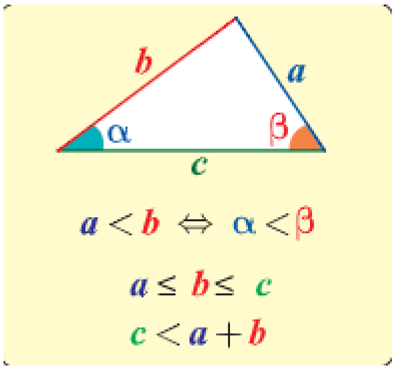
б) Прилагаме формулите за съкратено умножение, освобождаваме се от знаменателя и получаваме:

$$\frac{x^2-6x+9}{3}-\frac{x^2+4x+4}{4}\le\frac{x^2-36}{12}\quad\Big|.12$$

$$\Leftrightarrow 4x^2-24x+36-3x^2-12x-12\le x^2-36$$

$$\Leftrightarrow 4x^2-24x-3x^2-12x\;-x^2\le-36-36+12\;\Leftrightarrow\;-36x\le-60$$

$$\Leftrightarrow\; x\ge\frac{60}{36}\;\Leftrightarrow\; x\ge\frac{5}{3}.$$



Задача 2.За разходите за поддръжка на жилище семейство внася в сметка по 400 лв. на месец. С колко процента трябва да се увеличи вноската, ако семейството иска да спестява поне по 100 лв. месечно за почивка през лятото?

Решение.Внесените пари трябва да са поне 500 лв. месечно. Ако означим с x процентното увеличение на вноската, x трябва да е решение на неравенството

$$400\left(1+\frac{x}{100}\right)\ge 500.$$ Последователно получаваме

$$400+4x\ge500\Leftrightarrow 4x\ge100\Leftrightarrow\; x\ge25.$$ Следователно вноската трябва да се увеличи с 25%.

Задача 3. Дадено е неравенството ax – 1 > 0. Да се намерят стойностите на коефициента a, за които:

а) числото –2 е решение на неравенството;

б) неравенството няма решение.

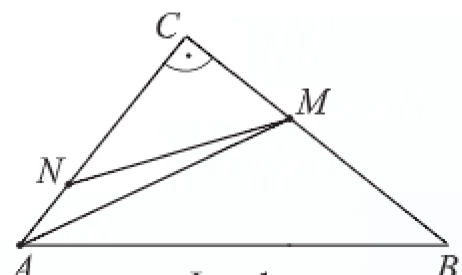
Решение.

а) За да бъде –2 решение на неравенството, трябва да е изпълнено неравенството

a(–2) + 1 > 0, откъдето –2a > 1 и a < –0,5.

б) Неравенството няма решение, когато е от вида 0.x > 1 откъдето a= 0.

Задача 4. В правоъгълния триъгълник ABC с ∠ACB = 90° точка M лежи на страната BC, а точка N на AC(фиг. 1). Да се докаже:



Фиг. 1

а) AM < AB;

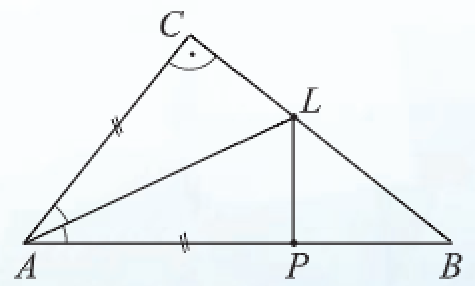
б) MN < AM.

Решение.

а) ∠AMB> ∠ACB, защото ∠AMB е външен за ⊿AMC.Но ∠ACB = 90°,откъдето∠ABC< 90° и AB > AM.

б) Тъй като ∠ANMе външен за ⊿MNC, то ∠ANM > 90°. Следователно ∠ANM> ∠NAM и AM> MN.

Задача 5.В правоъгълния триъгълник ABC , ∠C = 90° AL е ъглополовяща (L∊BC).



Фиг. 2

Да се докаже, че CL < BL (фиг. 2).

Решение. Построяваме AP = AC, P∊AB, P е между A и B, защото AB > AC. Разглеждаме ⊿ACLи ⊿APL.

$$\left.\begin{array}{l} AL = AL\,(\text{обща}) \\ AC = AP\,(\text{по построение}) \\ AL - \text{ъгл.} \Rightarrow \sphericalangle CAL = \sphericalangle PAL \end{array}\right\} \overset{\text{I пр.}}{\Rightarrow} \triangle ACL \cong \triangle APL \Rightarrow CL = PL$$

и $\sphericalangle APL = \sphericalangle ACL = 90^\circ$. Но $\sphericalangle BPL$ и APL са съседни $\Rightarrow \sphericalangle BPL = 90^\circ$.

В $\triangle BPL$, $\sphericalangle BPL > \sphericalangle PBL \Rightarrow BL > PL \Rightarrow BL > CL$.

Домашна работа:

Учебник стр.215 ТЕСТ№1