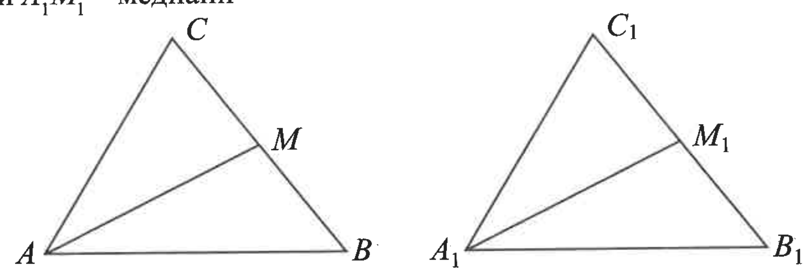
1 **Дадено:**
$\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$
AM и A_1M_1 – медиани

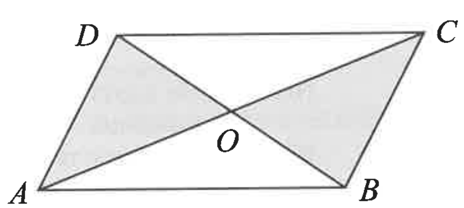
Да се докаже:
$AM = A_1M_1$



Доказателство:

2 **Дадено:**
$AB \times CD = O$
$AO = OB$, $CO = OD$

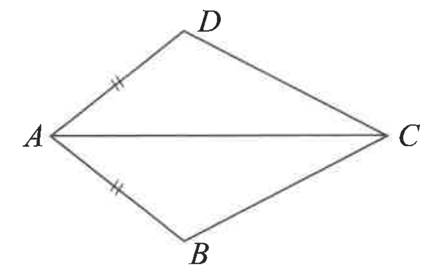
Да се докаже:
а) $\triangle AOD \cong \triangle BOC$, $AD \parallel BC$
б) $\triangle AOC \cong \triangle BOD$, $AC \parallel BD$



Доказателство:

1 **Дадено:**
$ABCD$ – четириъгълник
$AB = AD$
AC – ъглополовяща на $\sphericalangle BAD$

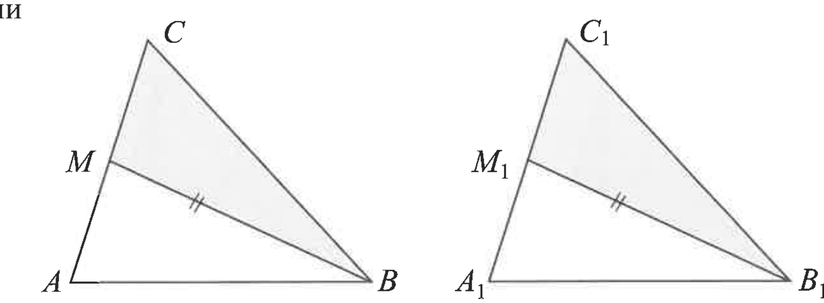
Да се докаже:
а) $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC$
б) $BC = DC$
в) CA – ъглополовяща на $\sphericalangle BCD$



Доказателство:

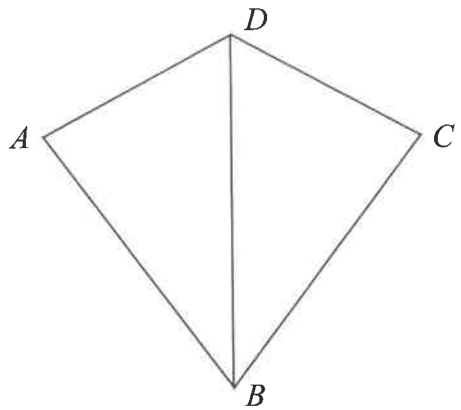
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
$BC = B_1C_1$
$BM = B_1M_1$ – медиани
$\sphericalangle MBC = \sphericalangle M_1B_1C_1$

Да се докаже:
а) $CA = C_1A_1$
б) $\sphericalangle ABC = \sphericalangle A_1B_1C_1$



Доказателство:

1 **Дадено:**
$ABCD$ – четириъгълник
$\sphericalangle ABD = \sphericalangle CBD$
$\sphericalangle ADB = \sphericalangle CDB$

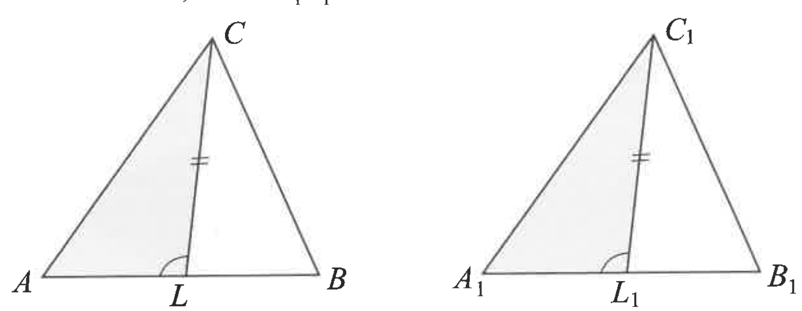


Да се докаже:
а) $\sphericalangle BAD = \sphericalangle BCD$
б) $BA = BC$

Доказателство:

2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
$\sphericalangle ACB = \sphericalangle A_1C_1B_1$
$CL = C_1L_1$ – ъглополовящи
$\sphericalangle ALC = \sphericalangle A_1L_1C_1$

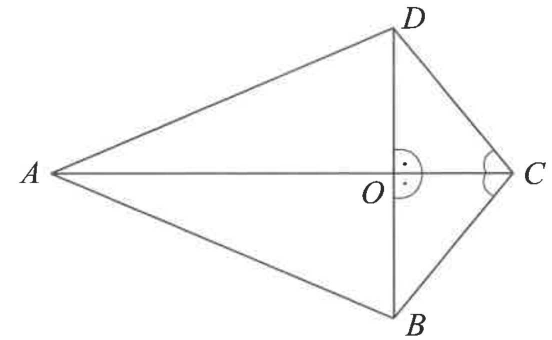
Да се докаже:
а) $AC = A_1C_1$
б) $AB = A_1B_1$



Доказателство:

1 **Дадено:**
$ABCD$ – четириъгълник
$BD \perp AC$, $AC \times BD = O$
$\sphericalangle BCA = \sphericalangle DCA$

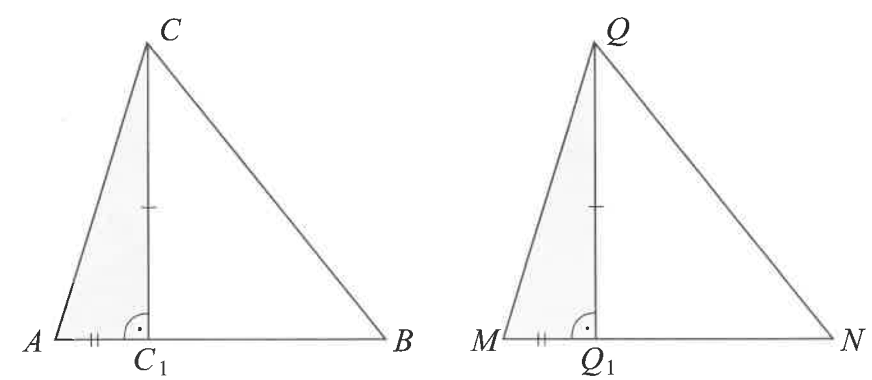
Да се докаже:
а) $BO = DO$
б) $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAC$
в) $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC$



Доказателство:

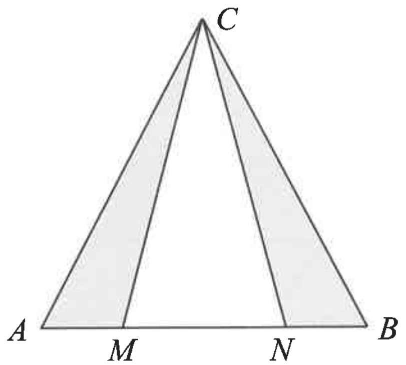
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ и $\triangle MNQ$ – остроъгълни
$CC_1 = QQ_1$ – височини
$AC_1 = MQ_1$
$\sphericalangle ACB = \sphericalangle MQN$

Да се докаже:
а) $AC = MQ$
б) $AB = MN$
в) $BC = QN$



Доказателство:

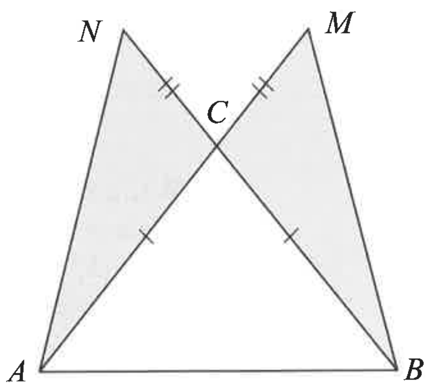
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(CA = CB)$
$AM = BN$



Да се докаже:
$CM = CN$

Доказателство:

2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(CA = CB)$
$CM = CN$

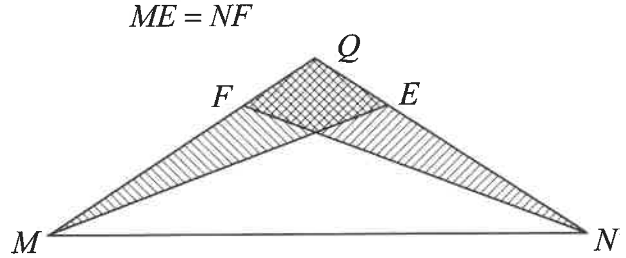


Да се докаже:
$AN = BM$

Доказателство:

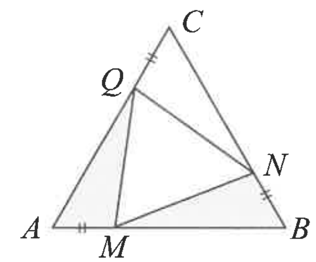
3 **Дадено:**
$\triangle MNQ$ $(QM = QN)$
$QE = QF$

Да се докаже:
$ME = NF$



Доказателство:

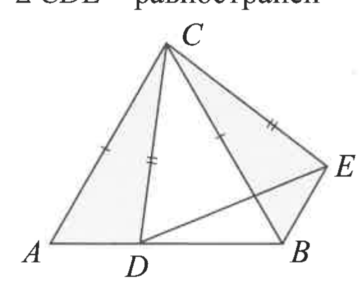
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ – равностранен
$AM = BN = CQ$



Да се докаже:
а) $\triangle AMQ \cong \triangle BNM$
б) $\sphericalangle AMQ + \sphericalangle BMN = 120°$
в) $\triangle MNQ$ – равностранен

Доказателство:

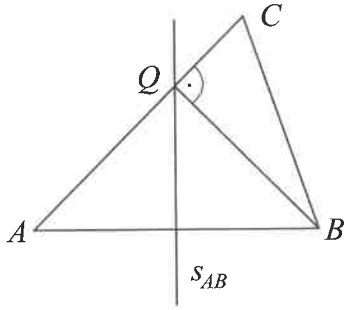
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ – равностранен
$D \in AB$
$\triangle CDE$ – равностранен



Да се докаже:
а) $\sphericalangle ACD = \sphericalangle BCE$
б) $\triangle ACD \cong \triangle BCE$
в) $BE \parallel AC$

Доказателство:

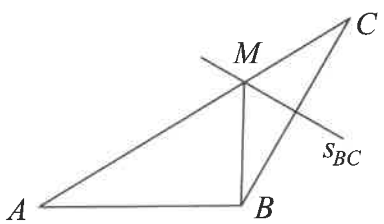
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$s_{AB} \times AC = Q$, $BQ \perp AC$
$\sphericalangle CAB : \sphericalangle ABC = 3 : 4$



Да се намери:
$\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$, $\sphericalangle C$

Решение:

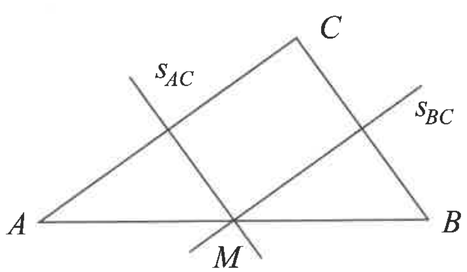
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$s_{BC} \times AC = M$
$AC = 12$ cm, $AB = 7$ cm



Да се намери:
$P_{\triangle ABM}$

Решение:

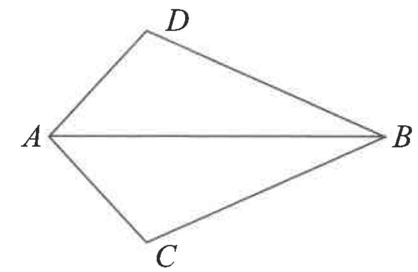
3 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$s_{AC} \times s_{BC} = M$
$M \in AB$



Да се докаже:
$\sphericalangle ACB = 90°$

Решение:

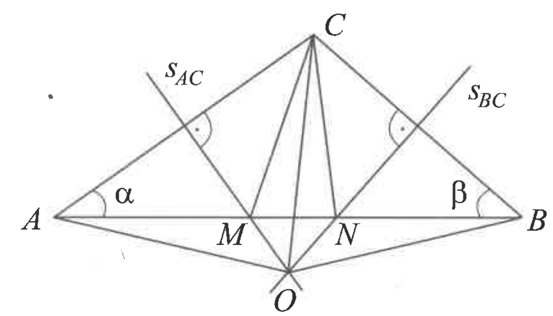
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ и $\triangle ABD$
$\sphericalangle CAB = \sphericalangle DAB$
$\sphericalangle CBA = \sphericalangle DBA$



Да се докаже:
правата AB е симетрала на CD

Доказателство:

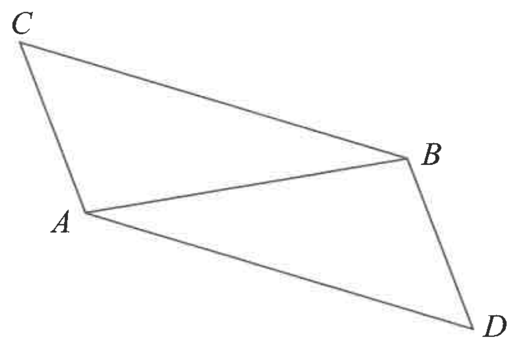
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($\sphericalangle ACB > 90°$)
$\sphericalangle BAC = \alpha$, $\sphericalangle ABC = \beta$
$s_{AC} \times AB = M$, $s_{BC} \times AB = N$
$s_{AC} \times s_{BC} = O$



Да се докаже:
а) $\sphericalangle MCN = 180° - 2\alpha - 2\beta$
б) $\triangle ABO$ – равнобедрен
в) $\triangle AMO \cong \triangle CMO$
г) CO е ъглополовяща на $\sphericalangle MCN$

Доказателство:

1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ и $\triangle ABD$
$AC = BD$, $BC = AD$

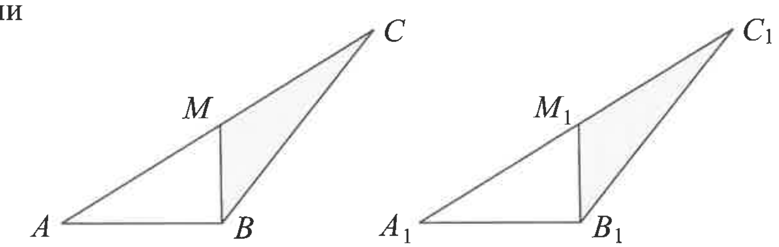


Да се докаже:
а) $\sphericalangle ABC = \sphericalangle BAD$
б) $BC \parallel AD$

Доказателство:

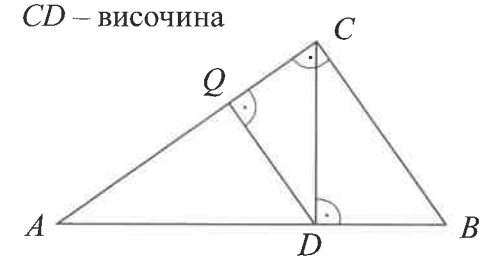
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
$AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$
$BM = B_1M_1$ – медиани

Да се докаже:
а) $\sphericalangle MBC = \sphericalangle M_1B_1C_1$
б) $AB = A_1B_1$



Доказателство:

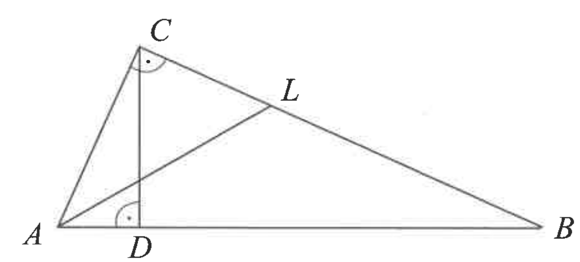
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$)
$\sphericalangle CAB = 30°$
CD – височина



Да се намери:
а) BC, AB, AD
б) разстоянието от точка D до AC

Решение:

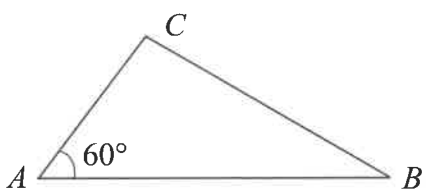
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($\alpha : \beta : \gamma = 2 : 1 : 3$)
AL – ъглополовяща
CD – височина
$AL + CD = 21$ cm



Да се намери:
а) CL, AL, CD, BC
б) разстоянието от точка L до AB

Решение:

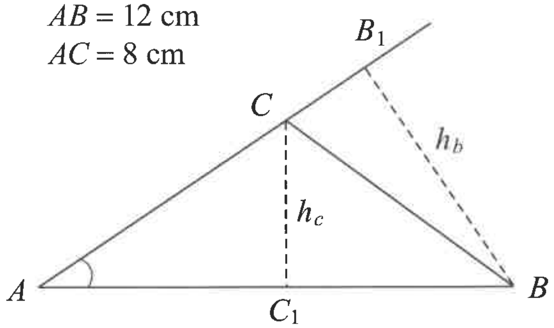
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$AB = 2 . AC$
$\sphericalangle CAB = 60°$



Да се докаже:
$\sphericalangle ACB = 90°$

Доказателство:

2 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$\sphericalangle CAB = 30°$
$AB = 12$ cm
$AC = 8$ cm

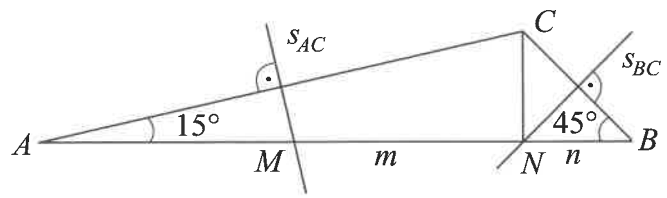


Да се намери:
h_c, S, h_b

Решение:

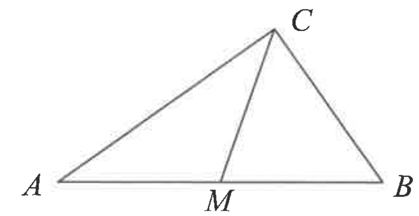
3 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$\alpha = 15°, \beta = 45°$
$s_{AC} \times AB = M, s_{BC} \times AB = N$
$MN = m, NB = n$

Да се намери:
а) $P_{\triangle MNC}, AB$
б) $S_{\triangle AMC}, S_{\triangle MNC}, S_{\triangle NBC}, S_{\triangle ABC}$



Решение:

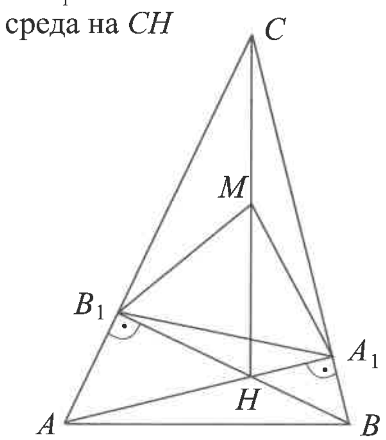
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$)
CM – медиана
$AB + CM = 15$ cm



Да се намери:
AB, CM

Решение:

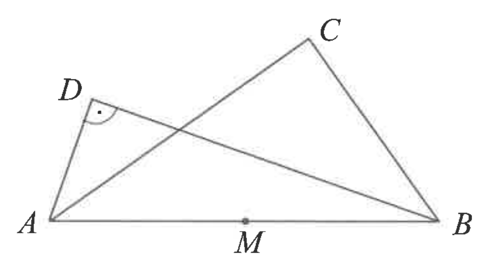
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ – остроъгълен
$\sphericalangle ACB = 30°$, AA_1 и BB_1 – височини
$AA_1 \times BB_1 = H$
M – среда на CH



Да се докаже:
$\triangle A_1B_1M$ е равностранен

Доказателство:

3 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$)
$\triangle ABD$ ($\sphericalangle D = 90°$)
M – среда на AB

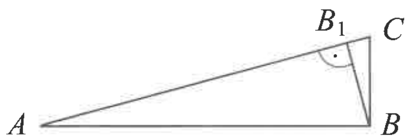


Да се докаже:
$\triangle DMC$ е равнобедрен

Доказателство:

1 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$\alpha : \beta : \gamma = 1 : 6 : 5$
$BB_1 = 6$ cm – височина

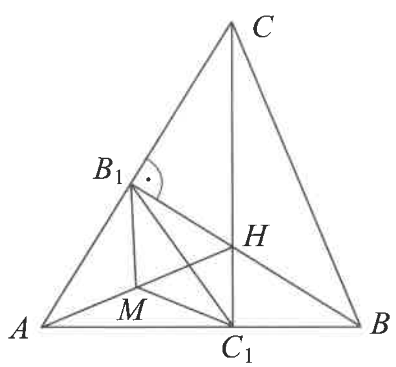
Да се намери:
а) α, β, γ
б) AC и $S_{\triangle ABC}$



Решение:

2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ – остроъгълен
$\sphericalangle BAC = 58°$
BB_1 и CC_1 – височини
$BB_1 \times CC_1 = H$
M – среда на AH

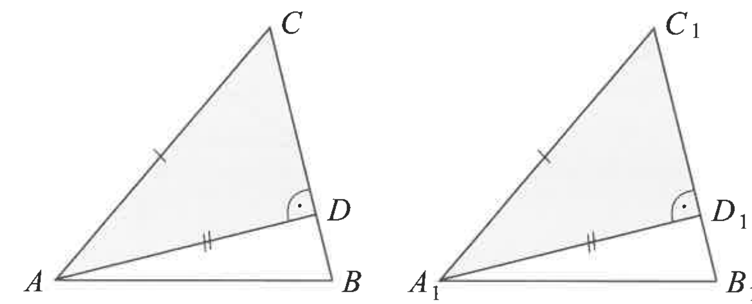
Да се намери:
Ъглите на $\triangle MB_1C_1$



Решение:

1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ – остроъгълни
$AC = A_1C_1$
$\sphericalangle BAC = \sphericalangle B_1A_1C_1$
$AD = A_1D_1$ – височини

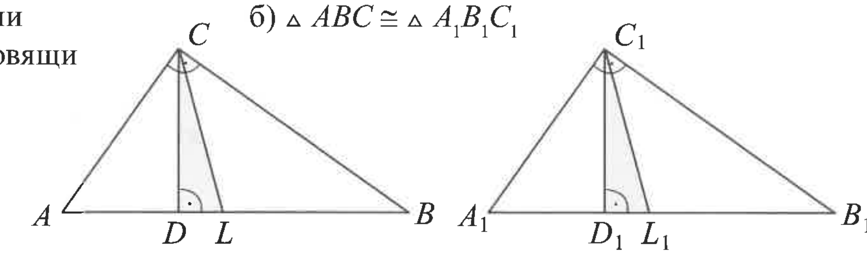
Да се докаже:
а) $\sphericalangle ACB = \sphericalangle A_1C_1B_1$
б) $BC = B_1C_1$



Доказателство:

2 **Дадено:**
$\triangle A_1B_1C_1$ ($\sphericalangle C_1 = 90°$)
$CD = C_1D_1$ – височини
$CL = C_1L_1$ – ъглополовящи

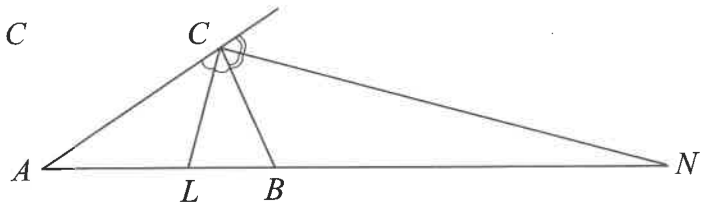
Да се докаже:
а) $\triangle CDL \cong \triangle C_1D_1L_1$
б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$



Доказателство:

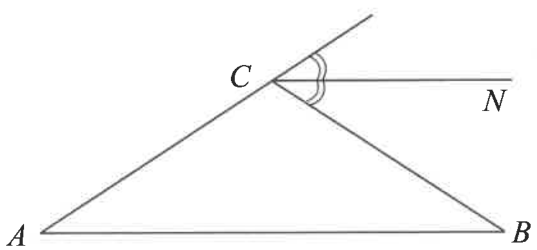
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$
CL и CN – съответно вътрешна
и външна ъглополовящи през върха C
$\sphericalangle CLN : \sphericalangle CNL = 5 : 4$

Да се намери:
Ъглите на $\triangle LNC$



Решение:

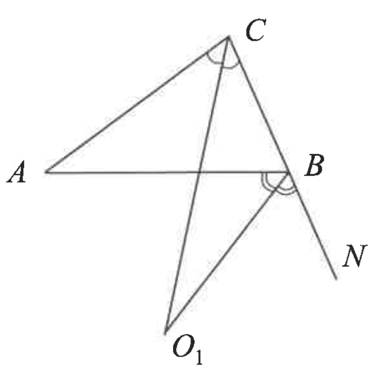
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(CA = CB)$
CN – ъглополовяща на външния
ъгъл при върха C



Да се докаже:
$CN \parallel AB$

Доказателство:

3 **Дадено:**
$\triangle ABC$
CO_1 – ъглополовяща на $\sphericalangle ACB$
BO_1 – ъглополовяща на $\sphericalangle ABN$

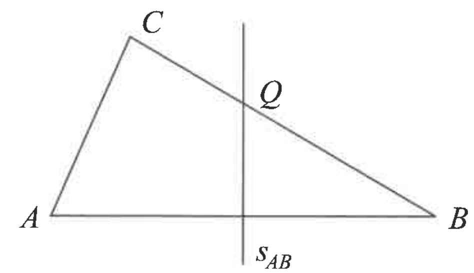


Да се докаже:

$\sphericalangle BO_1C = \frac{\alpha}{2}$

Доказателство:

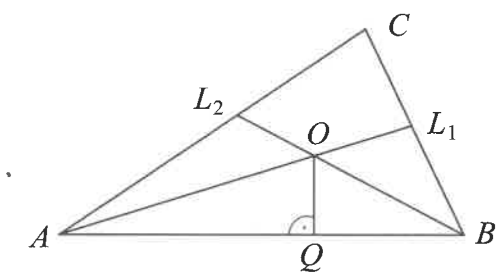
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(\sphericalangle A = 60°, \sphericalangle B = 30°)$
$s_{AB} \times BC = Q$, $BQ = 8$ cm



Да се намери:
CQ, BC и разстоянието от точка Q до AB

Решение:

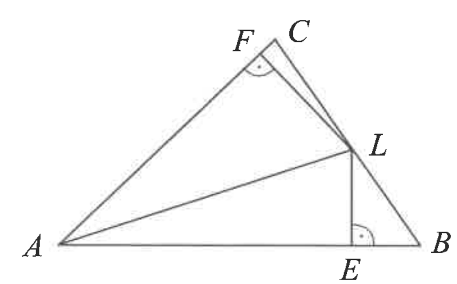
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(a : b : c = 3 : 4 : 5)$
$P_{\triangle ABC} = 24$ cm
AL_1 и BL_2 – ъглополовящи
$AL_1 \times BL_2 = O$
разстоянието от точка O до AB – 2 cm



Да се намери:
$S_{\triangle ABO}$, $S_{\triangle ACO}$, $S_{\triangle BCO}$, $S_{\triangle ABC}$

Решение:

3 **Дадено:**
$\triangle ABC$
AL – ъглополовяща



Да се докаже:

$$\frac{S_{\triangle ABL}}{S_{\triangle ACL}} = \frac{AB}{AC} = \frac{BL}{CL}$$

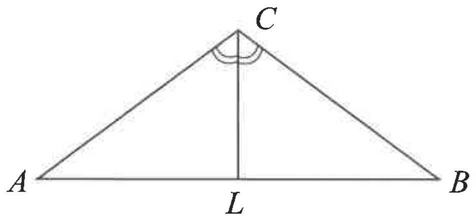
Решение:

$$\frac{S_{\triangle ABL}}{S_{\triangle ACL}} = \frac{\frac{1}{2}AB.LE}{\frac{1}{2}AC.LF} =$$

1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($CA = CB$)
$\sphericalangle ACB = 120°$
$CL = 8$ cm
CL – ъглополовяща

Да се намери:
AC

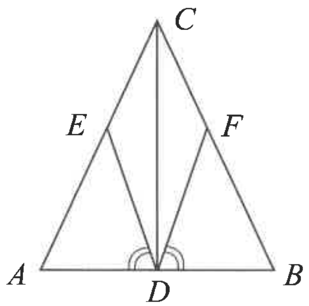
Решение:



2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($CA = CB$)
CD – височина
$\sphericalangle ADE = \sphericalangle BDF$

Да се докаже:
$CD \perp EF$

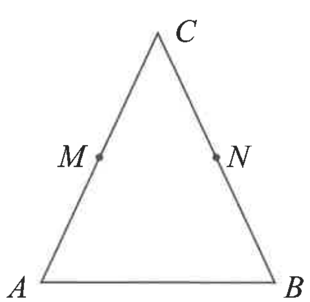
Доказателство:



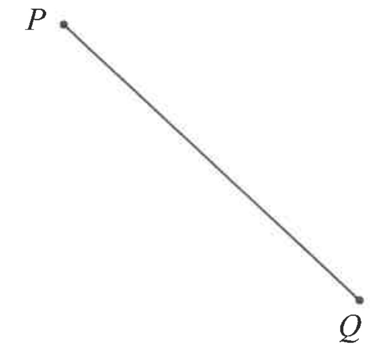
3 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($CA = CB$)
M и N – среди съответно на CA и CB

Да се докаже:
$MN \parallel AB$

Доказателство:

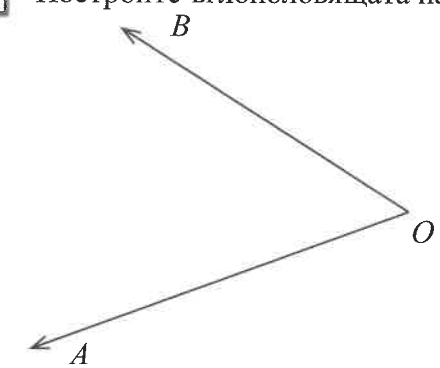


1 Постройте симетралата на отсечката PQ.



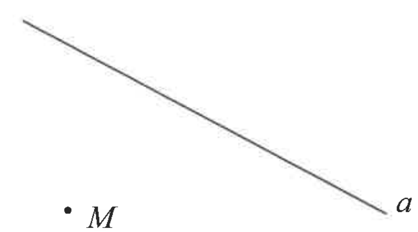
Построение:

2 Постройте ъглополовящата на $\sphericalangle AOB$.



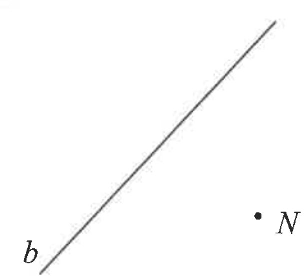
Построение:

3 Постройте права през точка M, успоредна на a.



Построение:

4 Постройте права през точка N, перпендикулярна на b.

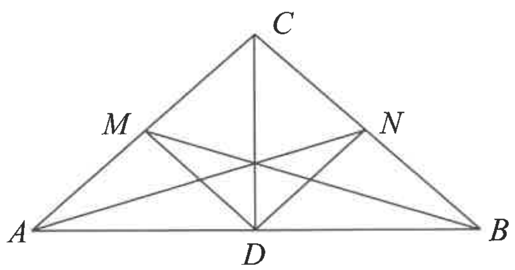


Построение:

1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(CA = CB)$
CD – медиана
DM – ъглополовяща на $\sphericalangle ADC$
DN – ъглополовяща на $\sphericalangle BDC$

Да се докаже:
$AN = BM$

Доказателство:

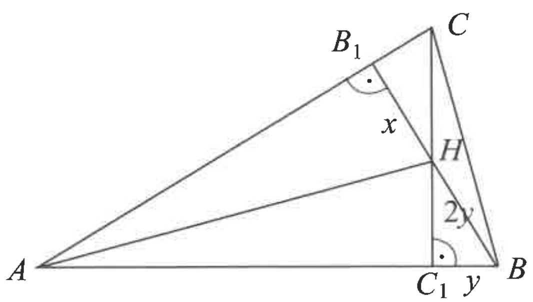


2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ – остроъгълен
$\sphericalangle BAC = 30°$
CC_1 и BB_1 – височини
$BB_1 \times CC_1 = H$
M – среда на AH

Да се докаже:
$AC_1 = 2HB_1 + 3C_1B$

Доказателство:

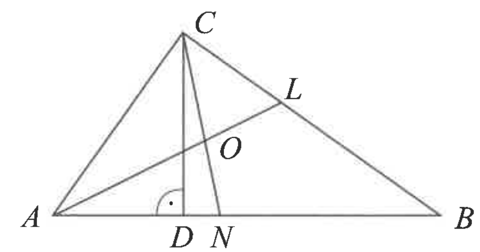
1. $\sphericalangle ACC_1 = \sphericalangle ABB_1 = 90° - 30° = 60°$
   $\Rightarrow \triangle HBC_1$ и $\triangle HCB_1$ – правоъгълни с ъгъл 30°.
2. Означаваме
   $HB_1 = x,\quad BC_1 = y,\quad BH = 2y.$
3. $\triangle ABB_1$ – правоъгълен с $\sphericalangle 30°$
   $AB = 2\,.\,BB_1$
   $AB = 2(x + 2y) = 2x + 4y$
4. $AC_1 = AB - BC_1 = 2x + 4y - y =$
   $= 2x + 3y = 2\,.\,HB_1 + 3\,.\,C_1B$



1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(\sphericalangle C = 90°)$
CD – височина
AL – ъглополовяща на $\sphericalangle BAC$
CN – ъглополовяща на $\sphericalangle BCD$
$AL \times CN = O$

Да се докаже:
а) $AL \perp CN$
б) $CO = ON$

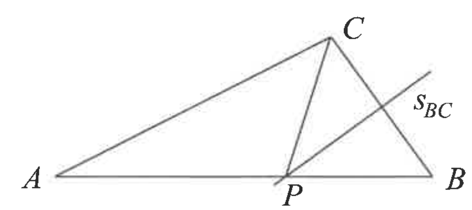
Доказателство:



2 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$s_{BC} \times AB = P$
$\sphericalangle ACP = \sphericalangle BCP$
$\sphericalangle ACP = 3\,.\sphericalangle BAC$

Да се намери:
Ъглите на $\triangle ABC$

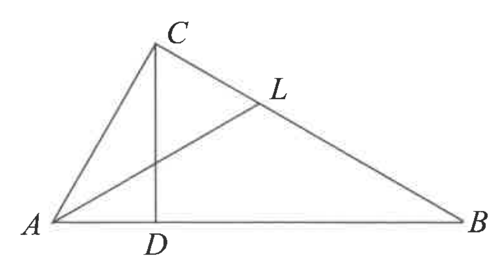
Решение:



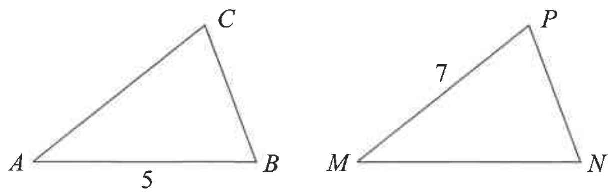
3 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(\sphericalangle C = 90°)$
CD – височина
AL – ъглополовяща
$CD \times AL = O$
$AO = OL$, $BL = 8$ cm

Да се намери:
а) $\sphericalangle BAC$, $\sphericalangle ABC$
б) BC, CD

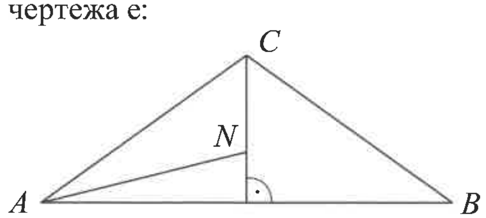
Решение:



1 $\triangle ABC \cong \triangle MNP$, $AB = 5$ cm, $MP = 7$ cm и $P_{\triangle ABC} = 18$ cm. Намерете дължината на страната PN в сантиметри.

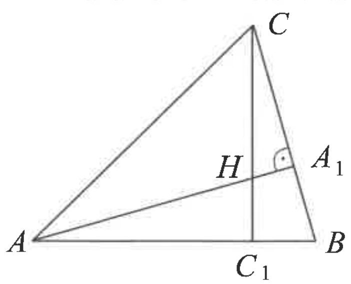


2 В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) CD е височина и $N \in CD$. Броят на двойките еднакви триъгълници на чертежа е:



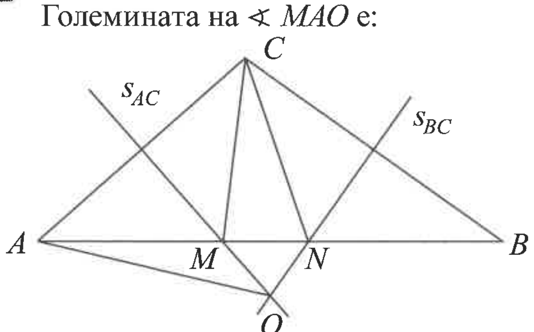
А) 1;
Б) 2;
В) 3;
Г) 4.

3 В $\triangle ABC$ височините AA_1 и CC_1 се пресичат в точка H и $BC = AH$. Ако $AB = 17$ cm и $AC_1 = 11$ cm, дължината на CH в сантиметри е:



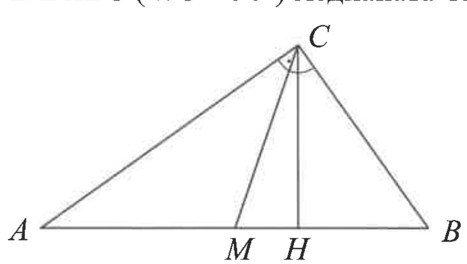
А) 8;
Б) 9;
В) 5;
Г) 11.

4 Симетралите на страните AC и BC на $\triangle ABC$ се пресичат в точка O и $\sphericalangle MCN = 40°$. Големината на $\sphericalangle MAO$ е:



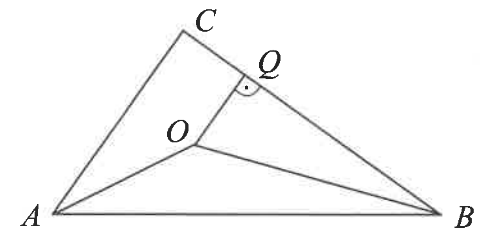
А) 20°;
Б) 30°;
В) 40°;
Г) 45°.

5 В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$) медианата CM е равна на катета CB. Височината CH е равна на:



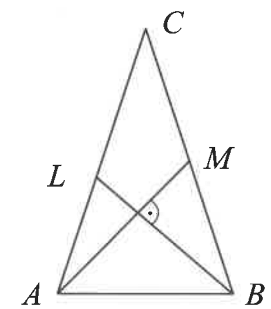
А) AM;
Б) MB;
В) $0{,}5AB$;
Г) $0{,}5AC$.

1 В $\triangle ABC$ $\sphericalangle C = 90°$ и $AB = 13$ cm. Ъглополовящите на острите ъгли се пресичат в точка O, която е на разстояние 2 cm от BC. $P_{\triangle ABC}$ в сантиметри е:



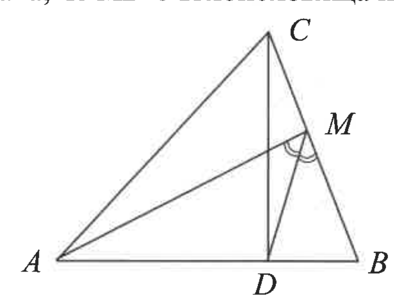
А) 30;
Б) 35;
В) 32;
Г) 40.

2 В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) медианата AM е перпендикулярна на ъглополовящата BL. Ако $AC = 18$ cm, дължината на AB в сантиметри е:



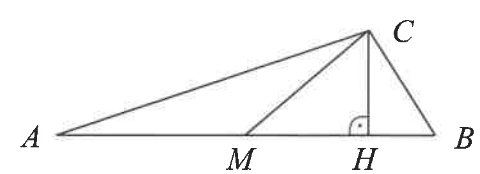
А) 10;
Б) 8;
В) 18;
Г) 9.

3 В остроъгълния $\triangle ABC$ CD е височина и $\sphericalangle BAC = 45°$. Върху страната BC е взета точка M така, че MD е ъглополовяща на $\sphericalangle AMB$. Големината на $\sphericalangle AMB$ е:



А) 60°;
Б) 80°;
В) 90°;
Г) 100°.

4 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 5 : 6$, CM е медиана и CH е височина. **Не** е вярно, че:



А) $S_{\triangle ABC} = 2\, S_{\triangle AMC}$;
Б) $AB = 2 \,.\, CM$;
В) $S_{\triangle ABC} = 4\, S_{\triangle MCH}$;
Г) $AB = 4 \,.\, CH$.

Помощно поле

1 (1 т.) В $\triangle ABC$ симетралата на страната AB и ъглополовящата на $\sphericalangle B$ се пресичат в точка M от страната AC. Ако $\sphericalangle ABC = 80°$, то $\sphericalangle BAC$ е равен на:

А) 30°; Б) 40°; В) 50°; Г) 60°.

2 (2 т.) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 1 : 3$. Симетралата на страната AB пресича страната BC в точка Q. Ако $CQ = 4$ cm, дължината на височината CD в сантиметри е:

А) 4; Б) 6; В) 8; Г) 12.

3 (2 т.) В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$) височината CD разполовява ъглополовящата AL. Големината на $\sphericalangle ABC$ е:

А) 30°; Б) 40°; В) 45°; Г) 60°.

4 (3 т.) В остроъгълния $\triangle ABC$ височините AD и BQ се пресичат в точка H и $AH = BC$. Големината на $\sphericalangle BAC$ е:

А) 60°; Б) 45°; В) 30°; Г) 70°.

5 (4 т.) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 5 : 1 : 6$ и CM е медиана. Точка A е на разстояние 4 cm от CM. Намерете лицето на $\triangle BMC$ в квадратни сантиметри.

6 (4 т.) В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$) ъглополовящите на $\sphericalangle BAC$ и $\sphericalangle ABC$ се пресичат в точка O. Разстоянието от точка O до страната AC е 3 cm и $AB = 15$ cm. Намерете периметъра на $\triangle ABC$ в сантиметри.

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$, където n е броят на получените точки.

Общ брой получени точки $n =$

Помощно поле

1 (1 т.) В $\triangle ABC$ $\sphericalangle A = 20°$ и $\sphericalangle C = 120°$. Симетралите на страните AC и BC пресичат AB съответно в точките M и N. Големината на $\sphericalangle MCN$ е:

А) 40°; Б) 50°; В) 60°; Г) 80°.

2 (2 т.) В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) BL е ъглополовяща на $\sphericalangle ABC$. Ако $BL = CL$, големината на $\sphericalangle ALB$ е:

А) 30°; Б) 36°; В) 60°; Г) 72°.

3 (2 т.) В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$) медианата CM е равна на катета BC. Височината CH е равна на:

А) AM; Б) BM; Г) 0,5AB; Г) 0,5AC.

4 (3. т.) В $\triangle ABC$ $\sphericalangle BAC = 15°$ и $\sphericalangle ABC = 75°$. Ако $AB = 20$ cm, лицето на $\triangle ABC$ в квадратни сантиметри е:

А) 100; Б) 40; В) 50; Г) 60.

5 (4 т.) В остроъгълния $\triangle ABC$ CD е височина и $\sphericalangle BAC = 45°$. Върху страната BC е взета точка M така, че MD е ъглополовяща на $\sphericalangle AMB$. Намерете големината на $\sphericalangle AMB$ в градуси.

6 (4 т.) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 5 : 6$ и CM е медиана. Точка B е на разстояние 3 cm от CM. Намерете лицето на $\triangle ABC$ в квадратни сантиметри.

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$, където n е броят на получените точки.

Общ брой получени точки $n =$

1 Като използвате свойствата на числовите неравенства, от първото неравенство получете второто:

а) $a < 3 \to 2a + 5 < 11$;

б) $a > -2 \to 1 - 3a < 7$.

2 Ако $a < b$, докажете, че са в сила неравенствата:

а) $2a + 5 < 2b + 5$;

б) $\frac{a-1}{3} < \frac{b-1}{3}$;

в) $7 - a > 7 - b$.

3 Съберете почленно неравенствата:

а) $\begin{array}{l} 5 > -3 \\ \underline{7 > 5} \end{array}$

б) $\begin{array}{l} -7 < 2 \\ \underline{a < 3} \end{array}$

в) $\begin{array}{l} a > -3 \\ \underline{b > -2} \end{array}$

4 Ако $a < b$, запишете вярно неравенство:

а) $2a - 5 \square 2b - 5$;

б) $-3a + 7 \square -3b + 7$;

в) $\frac{a+3}{-2} \square \frac{b+3}{-2}$.

5 Докажете, че ако:

а) $a < 3$ и $b > 3$, то $a < b$;

б) $a < 6$ и $c > 3$, то $\frac{a}{2} < c$.

6 Еквивалентни ли са неравенствата:

а) $3x + 5 < 7x - 2$ и $-5x < -10$;

б) $3x - 1 < 3(x + 2)$ и $2x + 3 > 2(x - 5)$?

1 Решете неравенствата:

а) $3(x - 2) < 2(x + 3)$;

б) $3(x + 4) > 5(x - 2)$.

2 Покажете, че всяко число x е решение на неравенствата:

а) $2(x + 3) > 2(x + 6) - 7$;

б) $(2x + 1)(2x - 1) > (x + 3)(x - 3)$.

3 Покажете, че неравенствата нямат решение:

а) $(x + 3)^2 < 3(2x - 1)$;

б) $(x - 4)^2 + 2(4x + 1) < 0$.

4 Решете неравенствата:

а) $5x(x - 2) < 4x(x - 1) - 9$;

б) $3x(x + 4) > 2x(x + 5) - 1$.

5 Решете неравенствата:

а) $(2x - 3)^2 \le (2x - 1)^2$;

б) $(x - 2)^3 > 4 + x^2(x - 6)$.

1 Решете неравенствата:

а) $5(x + 1) < 2(x + 4)$; б) $3(2x + 5) > 2(2x - 3)$.

2 Решете неравенствата и изобразете решенията им върху числова ос:

а) $3(x - 2) > 5(x + 2)$; б) $2(3x - 1) < 3(3x + 2) + 1$.

3 а) $(x - 1)^2 \geq (x + 3)(x - 3)$; б) $(2x + 1)^2 \leq (2x + 3)^2$.

4 а) $\dfrac{x(3x+2)}{3} < \dfrac{x(2x+1)}{2} - 1$; б) $\left(\dfrac{x-1}{-2}\right)^2 > \left(\dfrac{x+3}{2}\right)^2$.

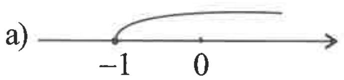
1 Изобразете върху числовата ос интервалите:

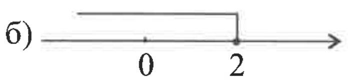
а) $(2; 5)$; б) $[-3; 1)$; в) $[-2; 4]$.

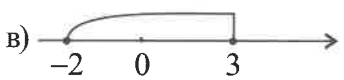
2 Изобразете графично всички числа x, ако:

а) $-2 < x < 1$; б) $-1 \leq x < 3$; в) $1 \leq x \leq 3$.

3 Запишете изобразените интервали:

а) 

; б) 

; в) 

.

4 Запишете с интервали решенията на неравенствата:

а) $-3 < x < 0$; б) $0 \leq x < 5$; в) $-2 < x \leq 4$.

5 Решете неравенствата и представете решенията им графично и чрез интервали.

а) $\dfrac{x}{3} - \dfrac{2}{3} \cdot \left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{3x}{4}\right) < 1 - \dfrac{x}{6}$; б) $\dfrac{3x+5}{4} - \dfrac{1}{3} \cdot \left(2 + \dfrac{x}{2}\right) \geq x - \dfrac{2}{3}$.

1 Решете неравенствата:

а) $\frac{x}{-3}+\frac{x-2}{2}>1$; б) $\frac{x}{0,3}-\frac{x}{0,2}>5$.

2 Решете неравенствата:

а) $(x-3)(x^2+5)>0$; б) $(x-4)(x^2+1)<0$.

3 Решете предварително разложените на множители неравенства:

а) $x^3+x^2+3x+3\geq 0$; б) $x^3-2x^2+5x-10\leq 0$.

4 Намерете стойностите на x, за които:

а) изразът $\frac{3x-1}{2}$ е не по-голям от 4; б) изразът $\frac{2x-7}{-3}$ е не по-малък от 3.

1 Покажете, че неравенствата нямат решение:

а) $3(2x+5)<2(3x+1)$; б) $4(x-5)>4x+9$.

2 Покажете, че всяко число е решение на неравенствата:

а) $(x+2)^2>(x+3)(x+1)$; б) $(x-4)(x-2)<(x-3)^2$.

3 Решете неравенствата:

а) $\frac{2x-5}{2}<1-\frac{5-3x}{3}$; б) $\frac{3x-1}{3}-\frac{4x-1}{4}>1$.

4 Решете неравенствата:

а) $(2x-3)^2>4(x+2)(x-5)$; б) $(x-2)(x^2+2x+4)<(x+1)(x^2-x+1)$.

1 Намерете за коя стойност на параметъра m неравенствата нямат решение:
а) $mx + 3 < 2x - 5$; б) $mx + 7 > 3x + 14$.

2 Намерете за коя стойност на параметъра m всяко число е решение на неравенствата:
а) $3mx - 2 < x + 5$; б) $2mx + 7 > 4x + 1$.

3 Решете неравенството $a(ax - 5) < 2(1 - x)$, където a е параметър.

4 Решете параметричното неравенство $(x + a)^2 > (x - 3)^2$, където a е параметър.

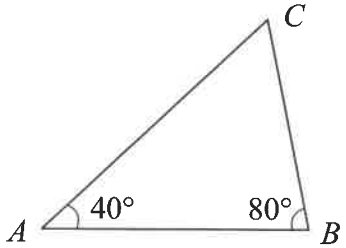
1 Намерете всички естествени числа, които са решения на неравенството
$(x + 3)(x - 3) - (x + 1)^2 > -24$.

2 За коя стойност на параметъра m корените на уравнението
$5x - m = 2(x + 0{,}5)$ са по-големи от 2?

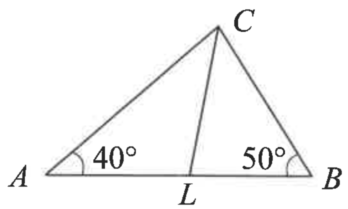
3 Намерете за кои стойности на параметъра m сборът от корените на уравнението
$|x - m + 3| = 2$ е по-голям от 4.

4 Намерете за кои стойности на параметъра a неравенствата
$\frac{1-4x^2}{4} - \frac{x}{3}\left(\frac{1}{2} - 3x\right) \le \frac{1}{3}$ и $3(a + x) \le 5x - a + 4$ са еквивалентни.

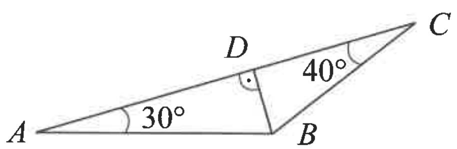
1 Наредете по големина страните на $\triangle ABC$ с ъгли $\alpha = 40°$ и $\beta = 80°$.



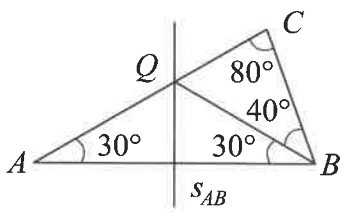
2 В $\triangle ABC$ с ъгли $\alpha = 40°$ и $\beta = 50°$ е построена ъглополовящата CL. Подредете по големина страните на $\triangle ABC$, $\triangle ACL$ и $\triangle BCL$.



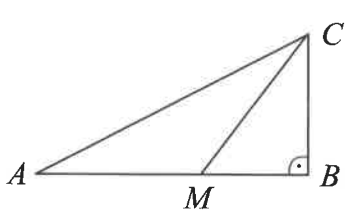
3 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 11 : 4$ и BD е височина. Подредете по големина страните на $\triangle ABC$, $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$.



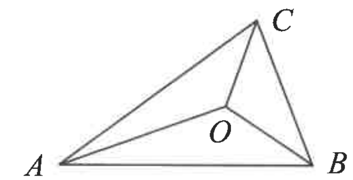
4 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 7 : 8$. Симетралата на AB пресича AC в точка Q. Подредете по големина страните на $\triangle ABC$, $\triangle ABQ$ и $\triangle BCQ$.



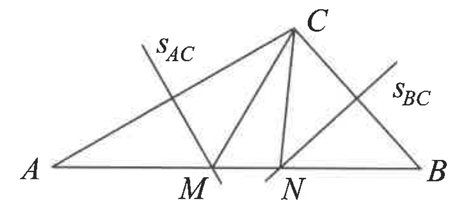
5 В $\triangle ABC$ $\sphericalangle B = 90°$ и $M \in AB$. Докажете, че:
а) $CM > CB$; б) $CM < AC$.



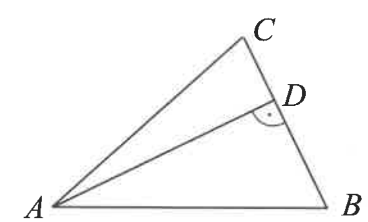
1 В $\triangle ABC$ $\alpha = 40°$, $\beta = 60°$ и ъглополовящите на $\sphericalangle BAC$ и $\sphericalangle ABC$ се пресичат в точка O. Подредете по големина страните на $\triangle AOB$, $\triangle BOC$ и $\triangle AOC$.



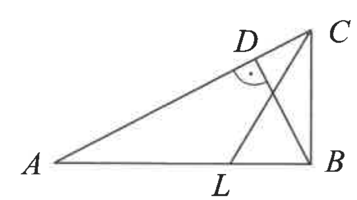
2 В $\triangle ABC$ $\alpha = 30°$ и $\beta = 50°$. Симетралите на AC и BC пресичат AB съответно в точките M и N. Сравнете:
а) страните на $\triangle MNC$; б) отсечките AM, MN и NB.



3 $\triangle ABC$ е остроъгълен и AD е височина. Докажете, че $AD < \frac{1}{2}(AB + AC)$.



4 В $\triangle ABC$ $\alpha = 30°$, $\beta = 90°$, CL е ъглополовяща и BD е височина. Сравнете CL и BD.



93 Неравенство на триъгълника

1 Намерете дължината на бедрото на равнобедрен триъгълник със страни:
а) 3 cm и 7 cm; б) 2 cm и 5 cm; в) 4 cm и 9 cm.

2 Намерете периметъра на равнобедрен триъгълник, ако две от страните му са:
а) 3 cm и 6 cm; б) 5 cm и 11 cm; в) 7 cm и 3 cm.

3 Периметърът на равнобедрен триъгълник е 15 cm, а едната му страна е с 3 cm по-голяма от другата. Намерете страните на триъгълника.

I случай: II случай:

4 Периметърът на равнобедрен триъгълник е 12 cm, а едната му страна е с 3 cm по-малка от другата. Намерете страните на триъгълника.

I случай: II случай:

5 В четириъгълника $ABCD$ AC x $BD = O$. Докажете, че:
а) $OA + OB > AB$; б) $AC + BD > \frac{1}{2}(AB + BC + CD + DA)$.

Задачи върху темата „Неравенства" 96

1 Решете неравенствата:
а) $2(x-2) > 4(x-1) - 5$; б) $3(x-2) + 6 < 4(x+8)$.

2 Решете неравенствата и подредете решенията им върху числовата ос:
а) $\frac{x}{-3} + \frac{x}{4} + \frac{1}{6} \geq \frac{5x}{12} - \frac{1}{2}$; б) $1 - \frac{x}{0,3} - \frac{x}{1,5} \leq \frac{1}{0,2} - \frac{x}{0,6}$.

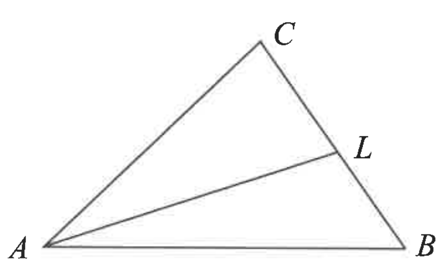
3 Запишете с интервали решенията на неравенствата:
а) $\frac{5x}{6} - \frac{2}{3}\left(\frac{x}{2} - \frac{x}{4}\right) \leq 1$; б) $\frac{3x}{10} - \frac{4}{5}\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{4}\right) \geq 1 - \frac{x+1}{2}$.

4 Намерете най-голямото цяло число, което е решение на неравенството:
а) $(x+2)^2 > (x+3)^2$; б) $(x+2)^3 - 32 < x^2(x+6)$.

1 Намерете за кои стойности на параметъра a са еквивалентни неравенствата
$(a-x)^2-(x+2)(x-1)<2a(a-x)+x$ и $2(x-2a)>a^2+2$.

2 Намерете за кои стойности на параметъра m сборът от корените на уравнението
$(2x-m+1)^2-x^2=0$ е по-голям от 8.

3 Отсечката AL е ъглополовяща в $\triangle ABC$. Докажете, че ако $AB<AC$, то $BL<CL$.



1 Ако $a>b$, то е вярно неравенството:
А) $a-5{,}6<b-5{,}6$;
Б) $-7a+3>-7b+3$;
В) $1-3a<1-3b$;
Г) $\dfrac{a-5}{2}<\dfrac{b-5}{2}$.

2 Кое от неравенствата **не** е вярно?
А) $5\cdot\dfrac{2}{3}<7\cdot\dfrac{2}{3}$;
Б) $0{,}5:5>0{,}2:(-2)$;
В) $-2\cdot\dfrac{1}{2}<-5\cdot\dfrac{1}{5}$;
Г) $\dfrac{4}{5}:3>\dfrac{2}{3}:5$.

3 Решенията на неравенството $\dfrac{x+3}{2}-\dfrac{x-1}{5}\geq\dfrac{x+5}{4}$ са:
А) $x\geq-9$; Б) $x\geq-1$; В) $x\leq-9$; Г) $x\leq-1$.

4 Решенията на неравенството $(x+2)^2-(1-x)^2>8x-5$ са:
А) $x<1$; Б) $x>1$; В) $x<4$; Г) $x>4$.

5 Корените на уравнението $5x+m=3$ са положителни, ако за параметъра m е изпълнено:
А) $m>3$; Б) $m>0$; В) $m>1$; Г) $m<3$.

1 Ако $a > 6$ и $b < 2$, то със сигурност е вярно, че:

А) $a + b > 8$; Б) $3b < a$; В) $a < 3b$; Г) $a - b < 4$.

2 Решенията на неравенството $\frac{3x-1}{12} - \frac{2x+1}{-2} \leq \frac{13x+17}{12}$ са:

А) $x \in (-\infty; -6]$;

Б) $x \in (-\infty; 6]$;

В) $x \in (-\infty; 8{,}5]$;

Г) $x \in (-\infty; 7]$.

3 Решенията на неравенството $(2x-1)^3 - 8x(x-2)(x+2) < 2x(19-6x)$ са:

А) $x \in \varnothing$;

Б) всяко x;

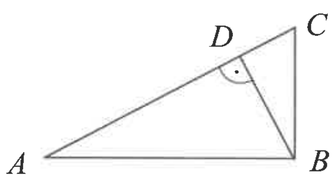
В) $x > -2$;

Г) $x < -1$.

4 При кои стойности на параметъра m са еквивалентни неравенствата

$x - m > m^2 + 3$ и $\frac{x+m}{2} - \frac{x+1}{3} > \frac{4-x-m}{6}$?

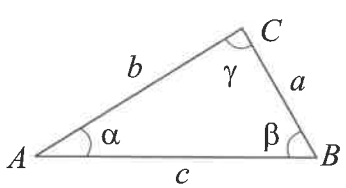
5 В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ABC = 90°$ и BD е височина. **Не** е вярно, че:



А) $AB > BD$; Б) $\sphericalangle ABD = \sphericalangle ACB$;

В) $AB < AC$; Г) $\sphericalangle BAC > \sphericalangle DBC$.

6 В $\triangle ABC$ $AB : BC : AC = 5 : 3 : 4$. За ъглите на $\triangle ABC$ е вярно, че:



А) $\alpha > \beta > \gamma$; Б) $\alpha < \beta < \gamma$;

В) $\beta < \alpha < \gamma$; Г) $\alpha > \gamma > \beta$.

Помощно поле

1 (1 т.) Ако $a < b$, то е вярно неравенството:

А) $a + 3 > b + 3$; Б) $-7a < -7b$;

В) $0{,}3a > 0{,}3b$; Г) $\frac{a-3}{2} < \frac{b-3}{2}$.

2 (2 т.) Решенията на неравенството $(x+2)^2 - 8x > (1-x)^2 - 5$ са:

А) $x > 1$; Б) $x < 4$; В) $x < 1$; Г) $x > 4$.

3 (2 т.) За ъглите на $\triangle ABC$ е изпълнено, че $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 5 : 4$.
За страните на $\triangle ABC$ е вярно, че:

А) $AB < BC < AC$; Б) $AB > BC > AC$;

В) $BC < AB < AC$; Г) $BC < AC < AB$.

4 (3 т.) Решенията на неравенството
$(2x-1)^3 - 2x(19-6x) < 8x(2+x)(x-2)$ са:

А) $x \in \varnothing$; Б) всяко x; В) $x > -2$; Г) $x < -1$.

5 (4 т.) Намерете естествените числа, които са решения на неравенството

$$\frac{(-x-1)^2}{6} - \frac{1}{3}\left(\frac{x(x+5)}{2} - \frac{2x+3}{4}\right) < 1 + \frac{3x+1}{-6}.$$

6 (4 т.) Намерете при кои стойности на параметъра m са еквивалентни неравенствата

$x - m^2 - 3 > m$ и $\frac{x+m}{2} - \frac{4-x-m}{6} > \frac{x+1}{3}$.

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$, където n е броят на получените точки.

Общ брой получени точки $n =$

Помощно поле

1 (1 т.) Ако $a < b$, то е вярно неравенството:

А) $\frac{a+5}{-2} < \frac{b+5}{-2}$; Б) $-2a + 3 < -2b$;

В) $-3a - 1 > -3b - 1$; Г) $\frac{a+8}{-3} < \frac{b+8}{-3}$.

2 (2 т.) Решенията на неравенството $x(x-2)(x+2) > (x-3)(x^2-3x+9) - 5$ са:

А) $x > 8$; Б) $x < 8$; В) $x > -5{,}5$; Г) $x < -5{,}5$.

3 (2 т.) За $\triangle ABC$ е изпълнено, че $AB : BC : AC = 6 : 4 : 5$.
За ъглите на $\triangle ABC$ е вярно, че:

А) $\alpha > \beta > \gamma$; Б) $\alpha < \beta < \gamma$; В) $\beta < \alpha < \gamma$; Г) $\beta < \gamma < \alpha$.

4 (3 т.) Решенията на неравенството

$(-2x-1)^2 - (x+1)^2 \le 3x\left(x + 1\frac{1}{3}\right) + 8$ са:

А) $x \ge -4$; Б) $x \le -4$; В) $x \ge 1\frac{1}{3}$; Г) $x \le 1\frac{1}{3}$.

5 (4 т.) Намерете най-малкото цяло число, което е решение на неравенството

$$\frac{2x+1}{3} - \frac{2}{3}\left(\frac{3x+1}{2} - \frac{x+5}{4}\right) > \frac{(x-2)^2}{3} - \frac{(2x-1)(x+5)}{6}.$$

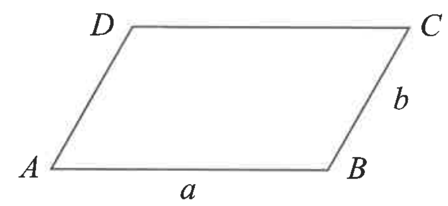
6 (4 т.) Ако a е параметър, решете неравенството $(a+x)^2 - x(x+a+5) < a(a+1) + 3(x+2)$.

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Общ брой получени точки $n =$

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$, където n е броят на получените точки.

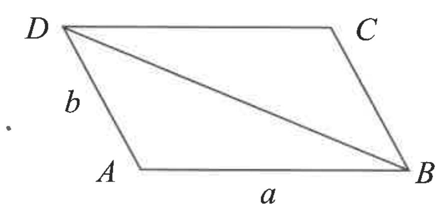
1 **Дадено:**
$ABCD$ – успоредник
$b = \frac{1}{3}a$, $P = 64$ cm



Да се намери:
a, b

Решение:

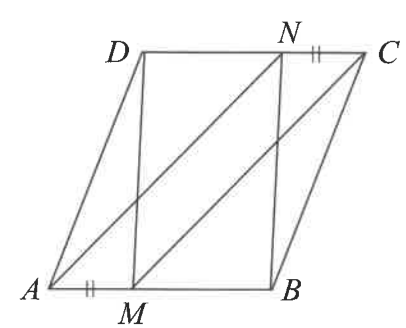
2 **Дадено:**
$ABCD$ – успоредник
$P_{ABCD} = 30$ cm, $P_{\triangle ABD} = 26$ cm



Да се намери:
BD

Решение:

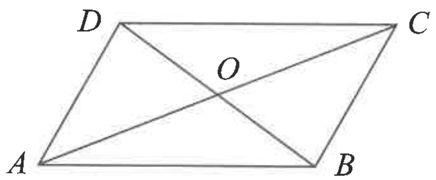
3 **Дадено:**
$ABCD$ – успоредник
$M \in AB$, $N \in CD$, $AM = CN$



Да се докаже:
а) $AN \parallel CM$
б) $BN \parallel DM$

Доказателство:

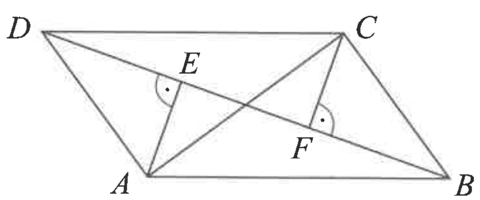
1 **Дадено:**
$ABCD$ – успоредник
$AC \times BD = O$



Да се докаже:
$S_{ABCD} = 4S_{\triangle ABO}$

Доказателство:

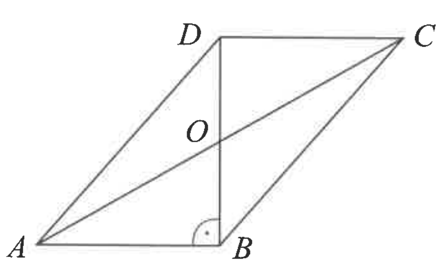
2 **Дадено:**
$ABCD$ – успоредник
$AE \perp BD$, $CF \perp BD$
$AC \times BD = O$



Да се докаже:
$OE = OF$

Доказателство:

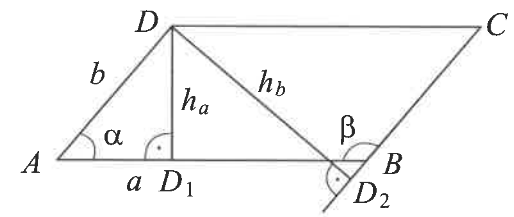
3 **Дадено:**
$ABCD$ – успоредник
$AC \times BD = O$
$BD \perp AB$
$AC = 2BD$



Да се намери:
$\sphericalangle AOD$

Решение:

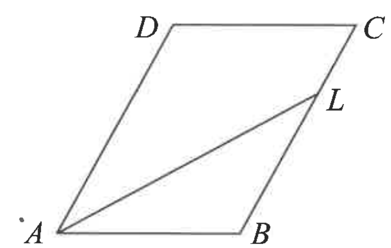
1 **Дадено:**
$ABCD$ – успоредник
$\alpha : \beta = 1 : 5$
$DD_1 = h_a$, $DD_2 = h_b$
$a = 12$ cm, $b = 8$ cm



Да се намери:
α, β, h_a, h_b, S_{ABCD}

Решение:

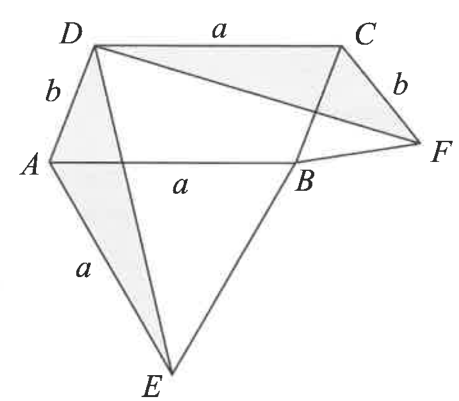
2 **Дадено:**
$ABCD$ – успоредник
AL – ъглополовяща на $\sphericalangle BAD$
$BL = 7$ cm, $CL = 3$ cm



Да се намери:
P_{ABCD}

Решение:

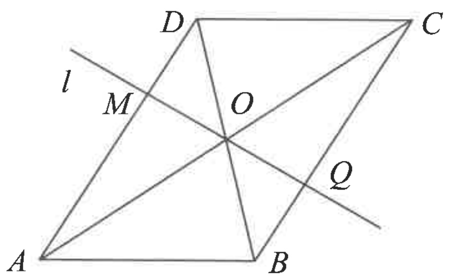
3 **Дадено:**
$ABCD$ – успоредник
$\triangle ABE$ и $\triangle BCF$ – равностранни



Да се докаже:
а) $\triangle ADE \cong \triangle CFD$
б) $\triangle EFD$ – равностранен

Доказателство:

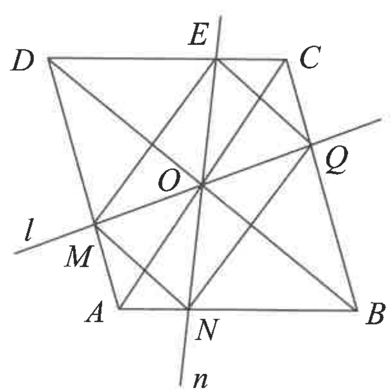
1 **Дадено:**
$ABCD$ – успоредник, $AC \times BD = O$
$O \in l$, $l \times AD = M$, $l \times BC = Q$



Да се докаже:
$OM = OQ$

Доказателство:

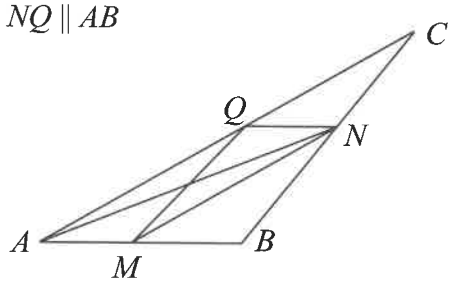
2 **Дадено:**
$ABCD$ – успоредник
$AC \times BD = O$
$O \in l$, $l \times AD = M$, $l \times BC = Q$
$O \in n$, $n \times AB = N$, $n \times CD = E$



Да се докаже:
$MNQE$ – успоредник

Доказателство:

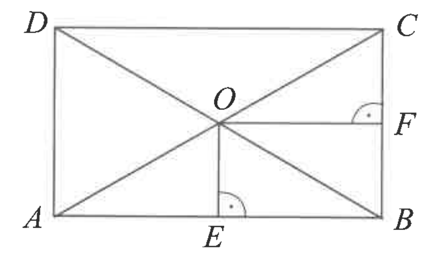
3 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$N \in BC$
$NM \parallel AC$
$NQ \parallel AB$



Да се докаже:
отсечката AN разполовява MQ

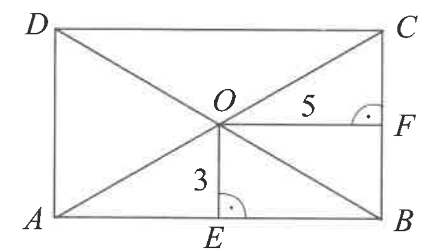
Доказателство:

1 Диагоналите на правоъгълника $ABCD$ се пресичат в точка O. Намерете разстоянията от точка O до страните на правоъгълника, ако $AB = 12$ cm и $BC = 9$ cm.



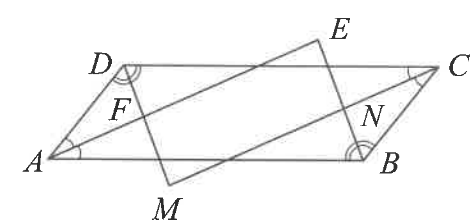
Решение:

2 Разстоянията от пресечната точка на диагоналите на правоъгълника $ABCD$ до страните му са 3 cm и 5 cm. Намерете периметъра и лицето на правоъгълника.



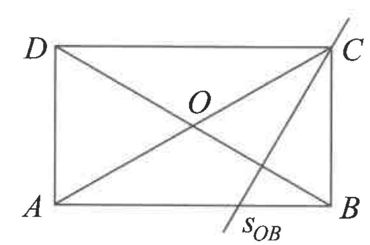
Решение:

3 Докажете, че ъглополовящите на ъглите на успоредник се пресичат в точки, които са върхове на правоъгълник.



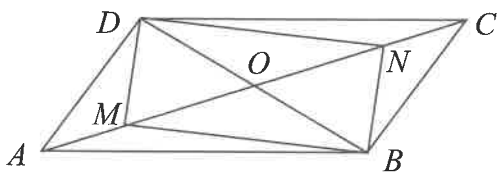
Решение:

4 Диагоналите на правоъгълника $ABCD$ се пресичат в точка O. Симетралата на OB минава през точка C. Намерете големините на $\sphericalangle OAB$ и $\sphericalangle AOD$.



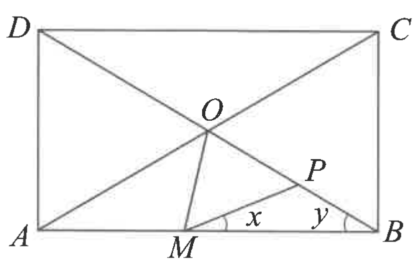
Решение:

1 Диагоналите на успоредника $ABCD$ са 12 cm и 8 cm. Върху по-дългия диагонал AC са взети точки M и N така, че $AM = CN = 2$ cm. Докажете, че $MBND$ е правоъгълник.



Решение:

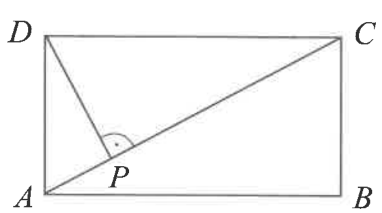
2 Диагоналите на правоъгълника $ABCD$ се пресичат в точка O. Точките M и P са съответно от отсечките AB и OB и $OM = OP$. Докажете, че $\sphericalangle AOM = 2\sphericalangle BMP$.



Решение:

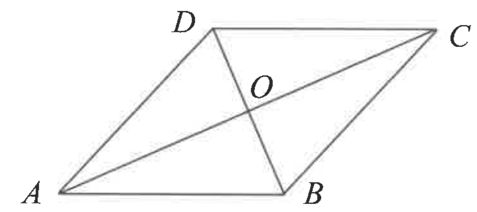
$\sphericalangle PMB = x$, $\sphericalangle MBP = y \Rightarrow \sphericalangle MPO = x + y$

3 $ABCD$ е правоъгълник и $DP \perp AC$ ($P \in AC$). Намерете диагоналите на правоъгълника, ако $AP : PC = 1 : 3$ и $AD = 6$ cm.



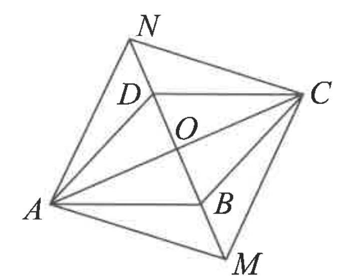
Решение:

1 Диагоналите на ромба $ABCD$ се пресичат в точка O и $AB = 2OB$. Намерете ъглите на ромба.



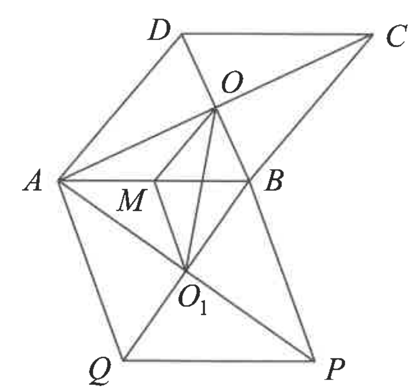
Решение:

2 Диагоналите на ромба $ABCD$ се пресичат в точка O. Построени са точките M и N така, че B е среда на OM, а D е среда на ON. Докажете, че $AMCN$ е ромб.



Решение:

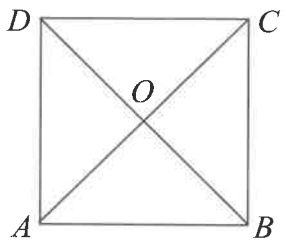
3 На чертежа са дадени ромб $ABCD$ с $\sphericalangle BAD = 50°$ и ромб $ABPQ$ с $\sphericalangle BAQ = 70°$. Ако точката M е среда на AB, намерете ъглите на $\triangle MOO_1$, където $AC \times BD = O$ и $AP \times BQ = O_1$.



Решение:

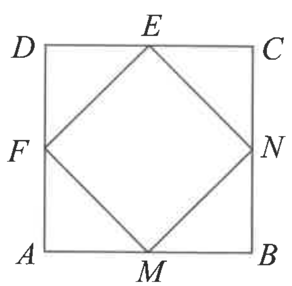
1 Докажете, че за квадрат със страна a и диагонал d е в сила равенството $d^2 = 2a^2$.

Доказателство:



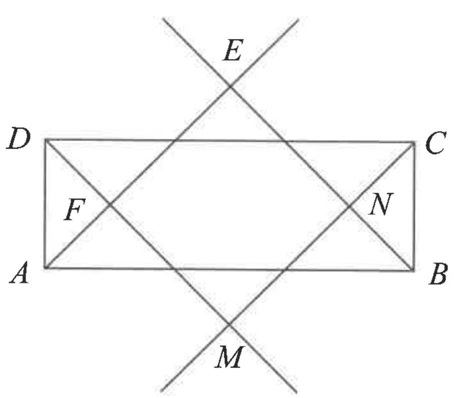
2 Докажете, че средите на страните на даден квадрат са върхове на друг квадрат, чието лице е 2 пъти по-малко от лицето на дадения.

Доказателство:



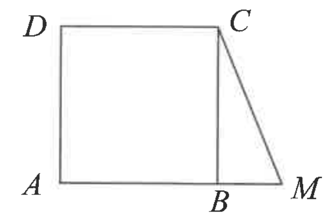
3 Докажете, че ъглополовящите на вътрешните ъгли на един правоъгълник при пресичането си образуват квадрат.

Доказателство:



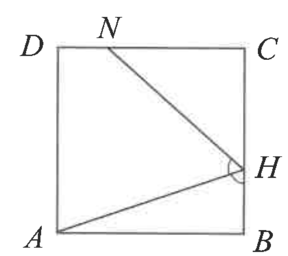
1 На продължението на страната AB на квадрата $ABCD$ е взета точка M така, че $BM < AB$. Ако $CM = 2BM$, намерете ъглите на $\triangle AMC$.

Решение:



2 На страните BC и CD на квадрата $ABCD$ са взети съответно точки H и N така, че $\sphericalangle AHB = \sphericalangle AHN$. Намерете големината на $\sphericalangle HAN$.

Решение:

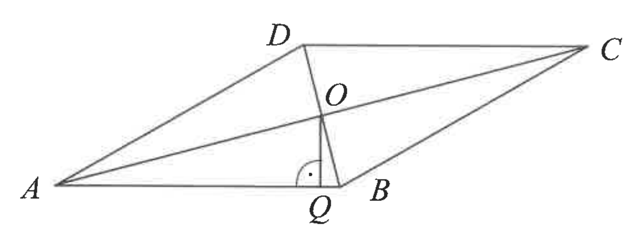


3 $ABCD$ е ромб с остър ъгъл $30°$ и $AC \times BD = O$. Докажете, че:

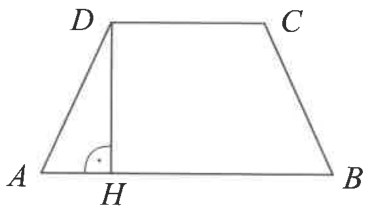
а) квадратът на страната на ромба е равен на произведението от диагоналите;

б) разстоянието от точка O до AB е равно на $\frac{1}{4}AB$.

Доказателство:

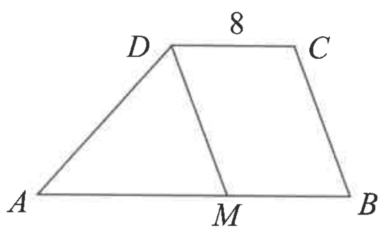


1 $ABCD$ ($AB \parallel CD$) е равнобедрен трапец и DH е височина. Ако $AB = 12$ cm и $CD = 6$ cm, намерете AH.



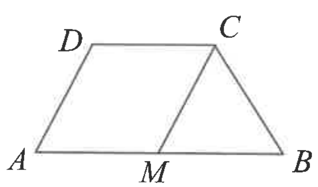
Решение:

2 $ABCD$ ($AB \parallel CD$) е трапец. През точка D е построена права, успоредна на BC, която пресича AB в точка M. Ако $CD = 8$ cm и $P_{\triangle AMD} = 28$ cm, намерете P_{ABCD}.



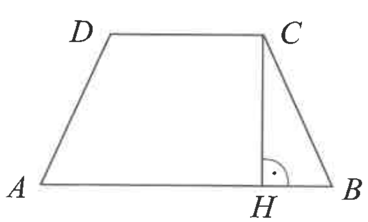
Решение:

3 $ABCD$ ($AB \parallel CD$) е трапец. През точка C е построена права, успоредна на AD, която разделя трапеца на ромб и равностранен триъгълник. Ако периметърът на ромба е 48 cm, намерете P_{ABCD}.



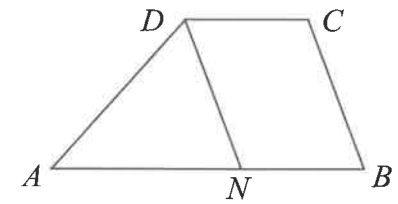
Решение:

4 В равнобедрен трапец $ABCD$ с голяма основа AB е построена височината CH. Ако $AH = 14$ cm и $BH = 3$ cm, намерете дължината на CD.



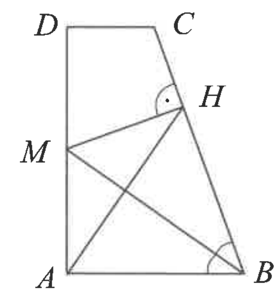
Решение:

1 Лицето на трапеца $ABCD$ ($AB \parallel CD$) е 140 cm². През върха D е построена отсечка DN ($N \in AB$), успоредна на BC. Ако $AB = 2$ dm и $CD = 8$ cm, намерете $S_{\triangle AND}$.



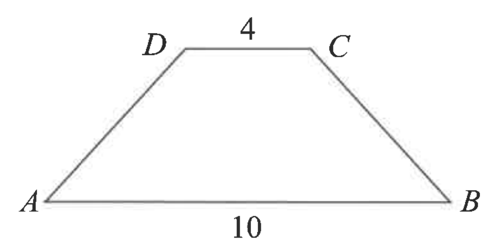
Решение:

2 $ABCD$ е правоъгълен трапец, в който $AD \perp AB$, $AB \parallel CD$ и $AB > CD$. Ъглополовящата на $\sphericalangle ABC$ минава през точка M, която е среда на бедрото AD. Ако $\sphericalangle ABC = 72°$ и $MH \perp BC$ ($H \in BC$), намерете големината на $\sphericalangle MAH$.



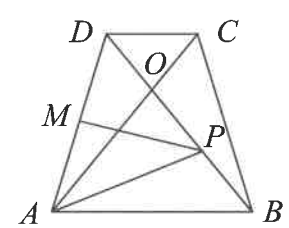
Решение:

3 $ABCD$ ($AB \parallel CD$) е равнобедрен трапец. Ако $\sphericalangle BAD : \sphericalangle ADC = 1 : 3$, $AB = 10$ cm и $CD = 4$ cm, намерете S_{ABCD}.



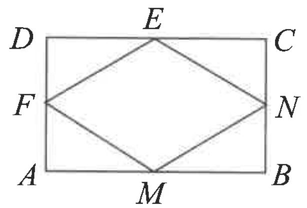
Решение:

4 $ABCD$ е трапец, в който $AB \parallel CD$, $AD = BC$ и $AB > CD$. Диагоналите AC и BD се пресичат в точка O. Ако точките M и P са среди съответно на отсечките AD и BO и $AM = MP$, намерете големината на $\sphericalangle AOD$.



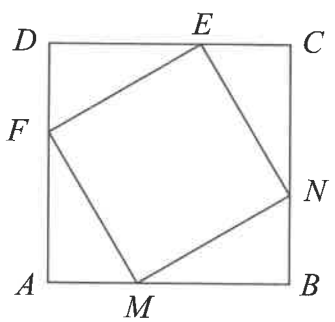
Решение:

1 Страните на правоъгълника $ABCD$ са 12 cm и 8 cm. Намерете лицето на четириъгълника с върхове – средите на страните на $ABCD$.



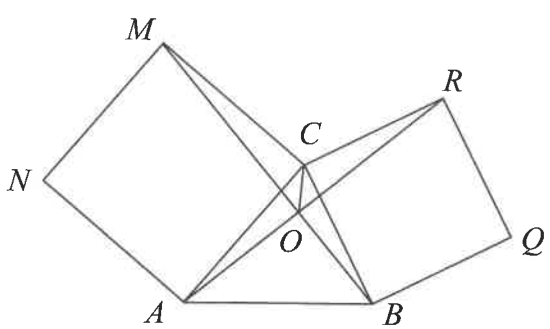
Решение:

2 $ABCD$ е квадрат и $AM = BN = CE = DF$. Докажете, че $MNEF$ е квадрат.



Доказателство:

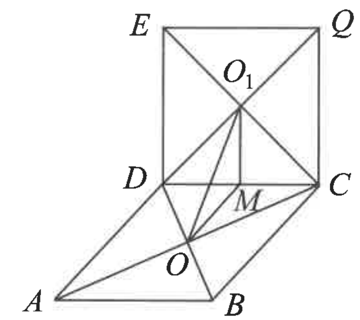
3 Даден е $\triangle ABC$ (остроъгълен). Външно за триъгълника са построени квадратите $ACMN$ и $BQRC$. Ако $AR \times BM = O$, докажете, че CO е ъглополовяща на $\sphericalangle ACB$.



Доказателство:

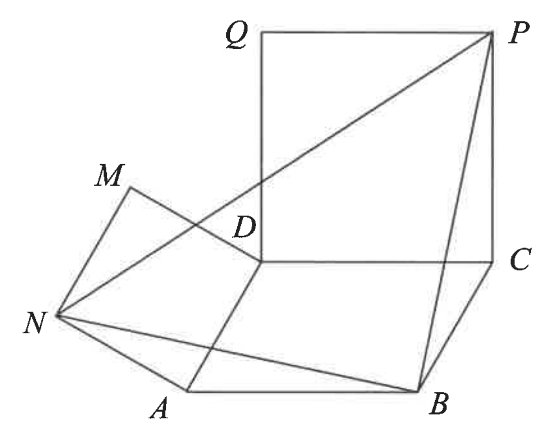
1 $ABCD$ е ромб и $\sphericalangle BAD = 50°$. Външно за ромба е построен квадрат $DCQE$. Ако $AC \times BD = O$, $DQ \times CE = O_1$ и точка M е среда на DC, намерете ъглите на $\triangle OMO_1$.

Решение:



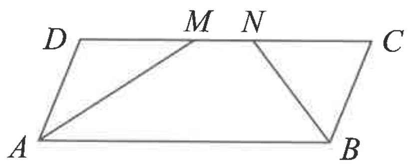
2 Даден е успоредник $ABCD$. Външно за него са построени квадратите $ADMN$ и $DCPQ$. Намерете ъглите на $\triangle NBP$.

Решение:



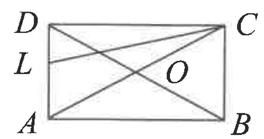
1 Страните на успоредника $ABCD$ са $AB = 18$ cm и $BC = 4$ cm. Ако AM е ъглополовяща на $\sphericalangle BAD$, а BN е ъглополовяща на $\sphericalangle ABC$, дължината на MN в сантиметри е:

А) 10; Б) 6; В) 4; Г) 8.



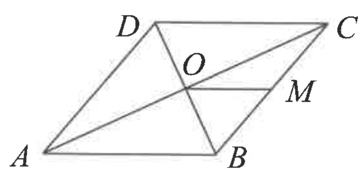
2 В правоъгълника $ABCD$ $AC \times BD = O$ и $\sphericalangle COD = 120°$. Ако CL е ъглополовяща на $\sphericalangle ACD$, големината на $\sphericalangle BCL$ е:

А) 75°; Б) 60°; В) 30°; Г) 15°.



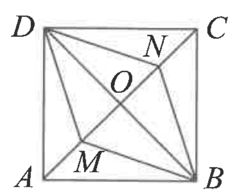
3 В ромба $ABCD$ $AC \times BD = O$ и M е среда на BC. Ако $P_{ABCD} = 64$ cm, дължината на OM в сантиметри е:

А) 4; Б) 16; В) 6; Г) 8.



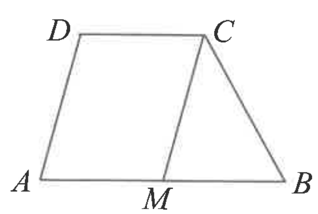
4 Диагоналите на квадрата $ABCD$ се пресичат в точка O. Точките M и N са среди съответно на OA и OC. Ако лицето на $MBND$ е 32 cm^2, обиколката на $ABCD$ в сантиметри е:

А) 32; Б) 16; В) 64; Г) 128.



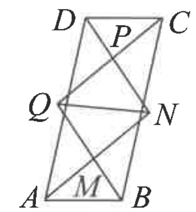
5 Лицето на трапеца $ABCD$ ($AB \parallel CD$) е 35 cm^2. През върха C е построена отсечка $CM \parallel AD$. Ако $AB = 10$ cm и $DC = 4$ cm, $S_{\triangle MBC}$ в квадратни сантиметри е:

А) 5; Б) 10; В) 15; г) 20.



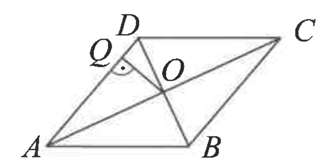
1 В успоредника $ABCD$ $AB = 12$ cm и $BC = 30$ cm. Ъглополовящите на ъглите му се пресичат в точки M, N, P и Q, както е показано на чертежа. Дължината на QN в сантиметри е:

А) 18; Б) 20; В) 24; Г) 30.



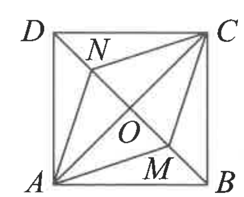
2 В ромба $ABCD$ $AC \times BD = O$ и $\sphericalangle BAO : \sphericalangle ABO = 1 : 5$. Ако точка O е на разстояние 4 cm от AD, лицето на ромба в квадратни сантиметри е:

А) 256; Б) 64; В) 32; Г) 128.



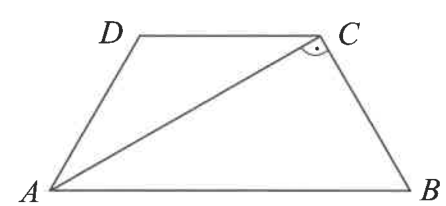
3 Диагоналите на квадрата $ABCD$ се пресичат в точка O. Точките M и N са среди съответно на OB и OD. Ако периметърът на $ABCD$ е 48 cm, лицето на $AMCN$ в квадратни сантиметри е:

А) 62; Б) 144; В) 72; Г) 124.



4 $ABCD$ е равнобедрен трапец и $AC \perp BC$. Ако $BC = CD$, острият ъгъл на трапеца е:

А) 30°; Б) 45°; В) 50°; Г) 60°.



Помощно поле

1 (1 т.) Лицето на успоредник със страна 27 cm и височина към нея 3 cm е равно на лицето на квадрат. Страната на квадрата в сантиметри е:
А) 15; Б) 10; В) 9; Г) 6.

2 (2 т.) Диагоналите на правоъгълник $ABCD$ се пресичат в точка O. Симетралата на отсечката AO минава през точка D. Тъпият ъгъл между диагоналите е равен на:
А) 100°; Б) 110°; В) 120°; Г) 150°.

3 (2 т.) Ъглите, които диагоналите на ромб образуват с една от страните му, се отнасят както 4 : 5. Острият ъгъл на ромба е:
А) 80°; Б) 60°; В) 50°; Г) 40°.

4 (3 т.) $ABCD$ ($AB \parallel CD$) е правоъгълен трапец с основа $CD = 8$ cm. Ако $\triangle ABC$ е равностранен, дължината на AB в сантиметри е:
А) 4; Б) 16; В) 10; Г) 12.

5 (4 т.) $ABCD$ е квадрат. Точка E е вътрешна за квадрата и $DE = CE = BC$. Намерете големината на $\sphericalangle EAD$ в градуси.

6 (4 т.) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 9 : 7$. Външно за триъгълника е построен квадратът $ACDE$. Ако $AD \cap CE = O$, намерете големината на $\sphericalangle BOC$ в градуси.

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$, където n е броят на получените точки.

Общ брой получени точки $n =$

Помощно поле

1 (1 т.) Диагоналите на успоредника $ABCD$ се пресичат в точка O. Ако лицето на успоредника е 48 cm^2, то лицето на $\triangle CDO$ (в cm^2) е:
А) 36; Б) 24; В) 18; Г) 12.

2 (2 т.) Периметърът на правоъгълник е 48 cm, а страните му се отнасят както 5 : 3. Лицето на правоъгълника (в cm^2) е:
А) 125; Б) 130; В) 135; Г) 140.

3 (2 т.) Даден е ромб $ABCD$ с периметър 80 cm. Ако ъглополовящата на $\sphericalangle ACD$ образува с BD ъгъл, равен на 75°, дължината на по-малкия диагонал на ромба (в cm) е:
А) 8; Б) 16; В) 20; Г) 40.

4 (3 т.) $ABCD$ ($AB \parallel CD$) е трапец с височина 6 cm и $\sphericalangle BAD = 60°$. Ако $\triangle BDC$ е правоъгълен равнобедрен и $P_{ABCD} = 30$ cm, лицето на $ABCD$ (в cm^2) е:
А) 24; Б) 40; В) 48; Г) 96.

5 (4 т.) $ABCD$ е квадрат. Точка O е вътрешна за квадрата и $OB = OC = AD$. Намерете големината на $\sphericalangle AOD$ в градуси.

6 (4 т.) Върху отсечката AB е взета точка C. В различни полуравнини относно правата AB са построени квадратите $ACMN$ и $CBPQ$. Ако $\sphericalangle QNB = 40°$, намерете големината на $\sphericalangle ABN$ в градуси.

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$, където n е броят на получените точки.

Общ брой получени точки $n =$

Помощно поле

1 (1 т.) Коренът на уравнението $(2x+1)^2 = 3x(x+2)$ е:
А) –2; Б) –1; В) 1; Г) 2.

2 (2 т.) В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$) медианата CM и ъглополовящата BL са перпендикулярни. Ако $CL = 6$ cm, дължината на AC в сантиметри е:
А) 12; Б) 18; В) 24; Г) 30.

3 (2 т.) Намерете колко литра вода трябва да се прибавят към 12 литра спирт от 60°, за да се получи спирт от 40°.
А) 4; Б) 6; В) 8; Г) 10.

4 (3 т.) Решенията на неравенството
$\frac{x^2+1}{4} - \frac{1}{2}\left(\frac{5x-3}{3} - 2\right) > \left(1 - \frac{x}{2}\right)^2$ са:
А) $x < \frac{3}{22}$; Б) $x < -4{,}5$;
В) $x < 1{,}5$; Г) $x > -4{,}5$.

5 (4 т.) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 5 : 6$ и височината $CD = 10$ cm. Намерете лицето на $\triangle ABC$ в квадратни сантиметри.

6 (4 т.) Външно за ромба $ABCD$, в който $\sphericalangle BAD = 50°$, е построен квадрат $ABPQ$. Намерете големината на $\sphericalangle AO_1O$ в градуси, ако O и O_1 са пресечните точки на диагоналите съответно на ромба и квадрата.

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$, където n е броят на получените точки.

Общ брой получени точки $n =$

Помощно поле

1 (1 т.) Коренът на уравнението
$(3x-2)^2 - (2x+1)^2 = 5x(x+3) - 28$ е:
А) 0; Б) –1; В) 1; Г) 2.

2 (2 т.) В остроъгълния $\triangle ABC$ $\sphericalangle ACB = 45°$, а BP и CQ са височини. Ако $BC = 2PQ$, големината на $\sphericalangle QCB$ в градуси е:
А) 10°; Б) 15°; В) 20°; Г) 30°.

3 (2 т.) Разстоянието между две селища A и B е 205 km. От A за B тръгва камион, чиято скорост е 50 km/h, а 30 min по-късно от B за A тръгва лека кола, движеща се със скорост, с 40% по-висока от тази на камиона. Намерете след колко часа от тръгването на камиона той и леката кола ще се срещнат.
А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 4.

4 (3 т.) Решенията на неравенството
$\frac{(x-3)^2}{3} - \frac{(2x-1)(x-4)}{6} > x$ са:
А) $x > 1\frac{5}{9}$; Б) $x > 1\frac{3}{11}$; В) $x < 1\frac{5}{9}$; Г) $x > 5{,}5$.

5 (4 т.) $ABCD$ е правоъгълен трапец, в който $AB \parallel CD$, $BC \perp AB$ и $AB > CD$. Ъглополовящата на $\sphericalangle BAD$ минава през точка M, която е среда на бедрото BC. Ако $\sphericalangle BAD = 72°$, намерете големината на $\sphericalangle MDC$ в градуси.

6 (4 т.) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 7 : 10$. Външно за триъгълника е построен квадратът $ABPQ$. Намерете големината на $\sphericalangle BOC$ в градуси, като O е пресечната точка на диагоналите на квадрата.

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$, където n е броят на получените точки.

Общ брой получени точки $n =$