

Упражнение

1 Пресметнете:

а $(0,4 + 2,6)^4$; б $\frac{1}{12} \cdot 0,4^2$; в $\left(4,7 + \frac{1}{5} + 0,1\right)^2$;
 $(21,7 - 19,2)^3$; $0,2^4 \cdot \frac{1}{3^2}$; $(5,4 : 0,3^2) \cdot 0,01$.

2 Представете като степен:

а $8^4 \cdot 8^{10}$; $7,1^{15} \cdot 7,1^3$; $19^5 \cdot 19^7 \cdot 19^3$; $a^{11} \cdot a \cdot a^4$; $x^3 \cdot x^2 \cdot x^5$;
 б $\frac{5^{14}}{5^3}$; $\frac{1,2^8}{1,2^5}$; $\frac{6^7}{6^{11}}$; $\frac{a^{13}}{a^5}$; $\frac{x^{15}}{x^{20}}$; $a^{17} : a^5$;
 в $4^5 \cdot a^5$; $0,7^8 \cdot 3^8$; $11^4 \cdot x^4 \cdot y^4$; $9^5 : 3^5$; $a^7 : b^7$; $\frac{x^{11}}{11^{11}}$;
 г $(4^5)^3$; $(a^3)^7$; $(a^2 \cdot a^4)^5$; $\left(\frac{a^8}{a^3}\right)^9$; $\left(\frac{x^{12}}{x^{15}}\right)^3$.

3 Опростете и пресметнете изразите:

$$\frac{3^8 \cdot 3^5}{3^{11}}; \quad \frac{12^5 \cdot 12^7}{(12^5)^2}; \quad \frac{5^7 \cdot 4^6 \cdot (5^2)^2}{4^3 \cdot 2^2 \cdot 5^8}; \quad \frac{3^5 \cdot 6 \cdot 3^2}{2^4 \cdot 3^8}.$$

4 Пресметнете:

а $\frac{6^4}{18^3}$; $\frac{27^3}{3^5}$; $\frac{2^6}{16^2}$; $\frac{63^2}{7^3}$;
 б $\frac{4^4 \cdot 12^3}{6^6 \cdot 8^3}$; $\frac{25^3 \cdot 3^5}{125^2 \cdot 81}$; $\frac{6^3 \cdot 121}{22 \cdot 33}$; $\frac{5^3 \cdot 3^2 \cdot 20}{75^2 \cdot 2^5}$.

$$\frac{6^4}{18^3} = \frac{6^4}{(3 \cdot 6)^3} = \frac{6^4}{3^3 \cdot 6^3} = \frac{6}{3^3} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$$

5 Пресметнете:

$$0,25^{13} \cdot 4^{13}; \quad 3^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot 2^5; \quad 0,1^5 \cdot 30^5; \quad \left(\frac{5}{2}\right)^{101} \cdot 0,4^{101} \cdot 5^3.$$

6 Намерете неизвестното число m , ако е вярно равенството:

а $3^m \cdot 3^4 = 3^{19}$ б $(7^2)^m = 7^3 \cdot 7^5$
 $5^4 \cdot 5^m \cdot 5^8 = 5^{15}$ $4^2 \cdot (4^3)^m = 4^8$
 $(6^m)^3 = 36 \cdot 6^4$ $\frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^m = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^3$.

$$\begin{aligned} 3^m \cdot 3^4 &= 3^{19} \\ 3^{m+4} &= 3^{19} \\ m+4 &= 19, \quad m = 15 \end{aligned}$$

7 Намерете неизвестното число x :

$$(3^5)^8 \cdot 3^4 = x^{44}; \quad \frac{(5^7)^2 \cdot 25}{5^4} = x^{12}; \quad \frac{4^2}{2^7 \cdot 16} = x^7.$$

- 8 Скоростта на светлината е 300 000 км/сек. Намерете разстоянието, което изминава светлината за 1 година (това разстояние се нарича светлинна година). Запишете числото в стандартен запис.

Решение: Една година има 365 дни.
Един ден – 24 часа.
Един час – 60 минути.
Една минута – 60 секунди.

Затова една година има $365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$ сек.
 $365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 31\,536\,000$ сек
Тъй като за 1 сек светлината изминава 300 000 км,
то за 1 година тя изминава
 $31\,536\,000 \cdot 300\,000 = 9\,460\,800\,000\,000$ км,
т.е. 9 460 800 000 000 км е една светлинна година.

Това число можем да запишем по-кратко с помощта на степени.
 $94\,608 \cdot 10^8$



- 9 Запишете в стандартен вид числата:

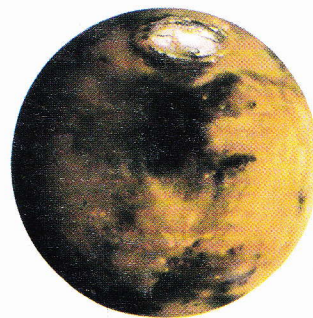
2 430 000;
81 000 000;
9 241 000 000 000;
15 300 000 000;
47 000 000 000.

$$2\,430\,000 = 243 \cdot 10^4 = \frac{243 \cdot 10^2}{10^2} \cdot 10^4 = 2,43 \cdot 10^6$$

$$81\,000\,000 = 8,1 \cdot 10^7$$

- 10 Запишете в стандартен вид числата от следните изречения:

- а) Една светлинна година е 9 460 800 000 000 км.
б) Масата на Земята е около 6 000 000 000 000 000 000 т.
в) Един грам водород съдържа $602 \cdot 10^{21}$ атома.
г) Масата на Марс е около $640 \cdot 10^{18}$ т, а на Юпитер – $1900 \cdot 10^{1}$ т.



- 11 Определете кое от произведенията е стандартен запис на число и определете порядъка.

$1,6 \cdot 10^8$; $14 \cdot 10^{11}$; $0,8 \cdot 10^8$; $3,5 \cdot 10^{12}$; $120 \cdot 10^{10}$; $5 \cdot 10^{28}$.

- 12 Пресметнете:

- а) $\frac{(2^5 - 3^3) \cdot 4^6}{5 \cdot 2^9}$; в) $\frac{2 \cdot (3^8 - 2 \cdot 3^7)}{6^4} - \left(\frac{3}{2}\right)^3$;
б) $\frac{25^{11}}{125} - \frac{60^{15}}{2^{29} \cdot 3^{14} \cdot 5^{16}} \cdot \frac{1}{5^2}$; г) $\left(\frac{2^4 - 1}{3^4 - 3^3} \cdot 1,5^2 - \frac{3}{8}\right)^2$.

- 13 Пресметнете по рационален начин:

- а) $\frac{3^9 - 3^6}{3^6 + 3^9}$; б) $\frac{0,5^5 + 0,5^7}{0,5^5 - 0,5^7}$; в) $\frac{8 \cdot 2^5 - 4 \cdot 2^3}{7(2^8 - 2^7)}$.

Задачи за самоконтрол

1 Запишете като степен:

$$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6; \quad 15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15; \quad \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right).$$

2 Пресметнете:

$$3^4; \quad 2^7; \quad \left(\frac{1}{5}\right)^3; \quad 2,5^3; \quad 11^2; \quad 10^6; \quad 15^2; \quad 0,1^8;$$

$$0,1^5; \quad 0,2^5; \quad \frac{1}{9} \cdot 0,3^3; \quad 1,2^2 \cdot 0,5^2.$$

3 Запишете като степен и пресметнете:

$$2^4 \cdot 2^3; \quad (2^4)^3; \quad \left(\frac{1}{9}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3; \quad \frac{3^7}{3^4}; \quad \left(\frac{1}{4}\right)^6 : \left(\frac{1}{4}\right)^4; \quad \frac{4^{10}}{4^{12}}.$$

4 Пресметнете:

а $5^2 + 2^2; \quad (5 + 2)^2$ и $(5 \cdot 2)^2;$

б $4^3 + 3^3; \quad (4 - 1)^3$ и $(4 : 3)^3.$

5 Опростете и пресметнете:

а $\frac{5^4 \cdot 5^3}{5^5}; \quad \frac{4^7}{4^2 \cdot 4^6 \cdot 4^3}; \quad \frac{6^3 \cdot 36}{6^6};$

б $\frac{1,8^6 \cdot 5^5}{1,8^4 \cdot 5^6}; \quad \frac{125 \cdot 3^7}{9^3 \cdot 5^2}; \quad \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^8 \cdot 16}{2^3 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^7 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8};$

в $\frac{5^7 - 5^4}{5^4}; \quad \frac{0,3^6 - 0,3^5}{0,3^5 + 0,3^7}; \quad \frac{7 \cdot 2^9 + 2^8}{9 \cdot 2^8 - 2^{10}}.$

6 Пресметнете по рационален начин:

$$2^3 \cdot 5^3; \quad 0,25^7 \cdot 4^7; \quad 125^4 \cdot 0,8^4; \quad 64^5 : 8^5; \quad \frac{42^4}{13^4}.$$

7 Пресметнете изразите:

$$(7,6 - 2,6)^3 \cdot 2^3 - 11^2; \quad 78 - \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot 3^5; \quad 4^3 - (3,2 + 5,8)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5.$$

8 Заменете x и y с подходящи степени на a така, че да са верни равенствата:

а $x^3 y^2 = a^{13};$

б $x^4 y^3 = a^{11};$

в $x^5 y^2 = a^{16}.$



Тестови задачи

- 1 Стойността на израза $\frac{3^7 \cdot 3^6}{3^{15}}$ е:
- а 9; б 3^{27} ; в $\frac{1}{9}$; г друг отговор.
- 2 Степента $\left(2\frac{10}{27}\right)^2$ е равна на:
- а $4\frac{100}{729}$; б $\frac{128}{54}$; в 64; г $\frac{2^{12}}{9^3}$.
- 3 Сборът $6^6 + 6^6 + 6^6 + 6^6 + 6^6 + 6^6$ е равен на:
- а 36^6 ; б 6^7 ; в 6^{36} ; г 36^{36} .
- 4 Стойността на израза $\left(\frac{3^3}{7^2}\right)^2 \cdot \left(\frac{7^2}{3^2}\right)^3$ е:
- а 14; б 7; в 49; г $\frac{1}{49}$.
- 5 Кой от изразите има най-голяма стойност?
- а $\left(\frac{5^7 \cdot 3^3}{5^8 \cdot 3^2}\right)^2$; б $\frac{3 \cdot 7^2 \cdot 45^2}{15^2 \cdot 7^2}$; в $\left(\frac{3^2}{5^2}\right)^2$; г $\frac{4^3 \cdot 5^7}{2^5 \cdot 5^6}$.
- 6 Стойността на израза $\frac{3^{17} + 3^{16}}{12}$ е:
- а 3^{15} ; б $\frac{3^{33}}{12}$; в $\frac{6^{33}}{12}$; г $\frac{3^{16}}{4}$.
- 7 Стойността на израза $\frac{10^7 \cdot x^2}{2^7 \cdot 5^8}$ за $x = 5$, е:
- а 125; б 5; в $\frac{1}{25}$; г друг отговор.
- 8 Стойността на израза $\frac{4 \cdot 7^{13} + 3 \cdot 7^{13}}{8 \cdot 7^{13} - 7^{14}}$ е:
- а $\frac{4}{5}$; б 7; в 1; г $\frac{7}{8}$.
- 9 Стойността на израза $\frac{2}{4^5} \cdot 2^4 + \frac{2 + 2^3}{2 \cdot 2^5}$ е:
- а 9; б 16; в 8; г $\frac{3}{16}$.
- 10 Стойността на израза $\frac{4^8 \cdot 81^2 - 6^5 \cdot 2^{13}}{9^2 \cdot 16^5}$ е:
- а $\frac{23}{16}$; б $17\frac{3}{16}$; в $\frac{69}{16}$; г друг отговор.

